

**Esercizio 1.** Una pedina può muoversi su una scacchiera infinita le cui caselle sono indicizzate da una coppia di numeri interi  $(a, b)$ . Ad ogni turno si può effettuare una mossa che consiste nello spostare la pedina di una casella in direzione orizzontale o verticale, ovvero, dalla casella  $(a, b)$  si possono raggiungere con una mossa le caselle

$$(a + 1, b), \quad (a - 1, b), \quad (a, b + 1), \quad (a, b - 1).$$

Le mosse sopra elencate hanno un costo  $C$  in Euro rispettivamente di

$$2b - 2a - 1, \quad 2a - 2b + 1, \quad 2a - 2b - 1, \quad 2b - 2a + 1.$$

Se  $C \geq 0$ , si devono pagare  $C$  Euro per effettuare la mossa, mentre se  $C < 0$ , effettuando la mossa si ricevono  $|C|$  Euro. Ad ogni turno, sono vietate tutte le mosse con un costo strettamente maggiore del numero di Euro a disposizione all'inizio del turno, ovvero, il numero di Euro a disposizione non può mai diventare negativo. All'inizio del primo turno la pedina si trova nella casella  $(5, 1)$  e si hanno  $N$  Euro a disposizione.

- (i) Determinare il valore minimo di  $N$  che permette di raggiungere la casella  $(0, 0)$ .
- (ii) Determinare il valore minimo di  $N$  che permette di raggiungere la casella  $(1, 5)$ .

### Esercizio 2.

(i) Si consideri un piano  $\pi$  contenuto nello spazio Euclideo con coordinate  $(x, y, z)$ , ed un quadrato  $Q$  di lato unitario contenuto in  $\pi$ . Sia  $Q'$  la proiezione di  $Q$  sul piano  $xy$ : calcolare l'area di  $Q'$ , mostrando che dipende solo dall'angolo formato tra  $\pi$  e il piano  $xy$ .

(ii) Sia  $C$  un cubo di spigolo unitario contenuto nello spazio Euclideo tridimensionale. Sia  $C'$  la proiezione di  $C$  sul piano  $xy$ . Determinare le orientazioni di  $C$  nello spazio che minimizzano l'area di  $C'$ .

**Esercizio 3.** Un *quadrato latino di ordine  $n$*  è una tabella (matrice) quadrata con  $n$  righe ed  $n$  colonne tale che ciascuno degli interi  $i = 1, \dots, n$  compare una ed una sola volta in ogni riga e in ogni colonna. Si denoti con  $a_{ij}$  l'elemento di un quadrato latino posto sulla riga  $i$ -esima e colonna  $j$ -esima. Si dice che due quadrati latini  $A$  e  $B$  di ordine  $n$  sono *ortogonali* se le  $n^2$  coppie ordinate  $(a_{ij}, b_{ij})$  sono tutte distinte. Mostrare che per ogni  $n \geq 3$ , il numero di quadrati latini di ordine  $n$  a due a due ortogonali non eccede  $n - 1$ .

---

<sup>1</sup>Si fa presente ai candidati che, nella valutazione dei compiti, si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche del rigore dei ragionamenti.

**Esercizio 4.** Determinare le soluzioni reali dell'equazione

$$(x^3 + 1)^3 = 8(2x - 1).$$

**Esercizio 5.** Diciamo che un punto nel piano cartesiano è un punto *razionale* se le sue coordinate sono numeri razionali. Siano allora  $P$  un punto razionale e sia  $L$  una retta nel piano che contiene almeno due punti razionali.

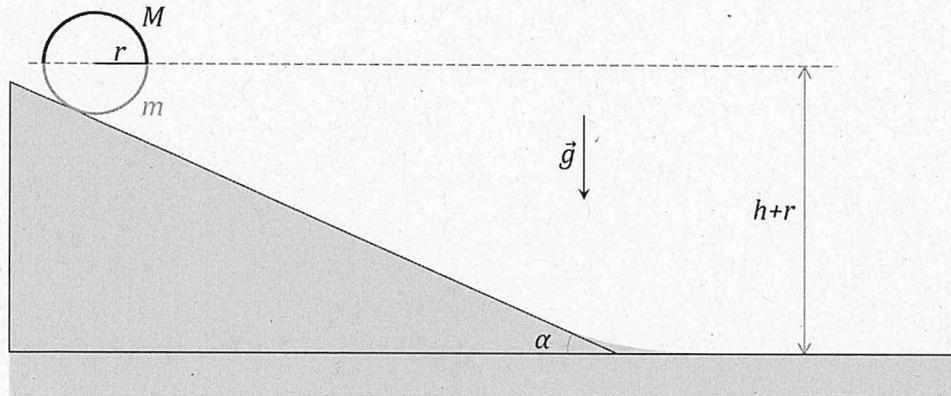
(i) Dimostrare che se  $L$  non contiene  $P$  allora esistono su  $L$  infiniti punti razionali  $Q$  tali che la distanza  $\overline{PQ}$  sia razionale.

(ii) Dare esempi in cui si veda come la conclusione non è mai vera se si omette l'ipotesi che  $P$  non stia in  $L$ .

A.A.2021-2022 – 20 agosto 2021

Prova di Fisica per il primo anno per Fisica, Matematica e Informatica  
ESERCIZIO 1

Un corpo rigido può essere approssimato con una superficie cilindrica di raggio  $r$  composta da due superfici semicilindriche (simmetriche rispetto ad un piano passante per l'asse del cilindro) omogenee, ma di densità diversa, di masse  $M$  e  $m < M$ .



Come illustrato in figura, questo cilindro è inizialmente posto su un piano inclinato di un angolo  $\alpha$  con la parte più pesante verso l'alto (in modo che tutti i punti della superficie di massa  $M$  si trovino ad una quota superiore a quelli di massa  $m$ ) e l'asse geometrico parallelo alle linee di egual quota; il sistema è soggetto a un campo gravitazionale di modulo  $g$  diretto verso il basso. Il piano inclinato si raccorda dolcemente con un piano orizzontale e l'asse geometrico del cilindro si trova a un'altezza  $h + r$  rispetto alla quota di tale piano.

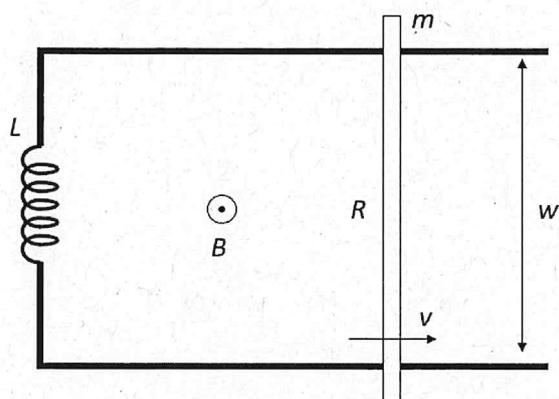
Sotto l'ipotesi di puro rotolamento e di attrito volvente trascurabile, descrivere la velocità dell'asse geometrico del cilindro in funzione della distanza da un punto arbitrario sul piano orizzontale.

Integrale potenzialmente utile:

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1 + \frac{x^2}{1-x^2}} dx = \pi$$

ESERCIZIO 2

Si consideri il circuito indicato in figura, dove una barra conduttiva di massa  $m$  e resistenza  $R$  è in grado di traslare orizzontalmente senza attrito su due conduttori ideali (ossia a impedenza zero) che si chiudono su un induttore  $L$ . L'intero sistema è immerso in un campo magnetico  $\vec{B}$  perpendicolare, che risulta quindi concatenato al circuito appena descritto.



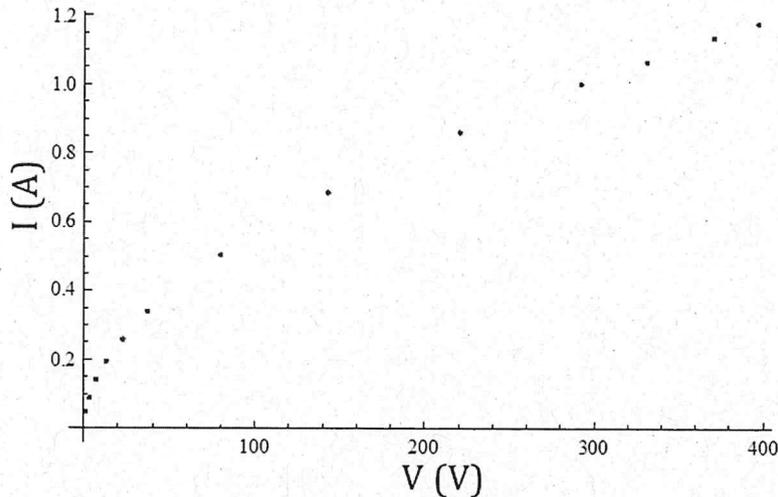
- Si assuma inizialmente che l'induttanza  $L$  sia nulla e che la barra si muova con una velocità iniziale  $v_0$ . Quale è l'evoluzione temporale della corrente  $I$  che attraversa la barra conduttiva?
- Quale effetto ha l'introduzione dell'induttore  $L$  sulla dinamica della corrente nel circuito?

### ESERCIZIO 3

Uno studente misura la corrente a regime che passa attraverso un filamento di tungsteno (mantenuto sottovuoto nel bulbo di una lampadina ad incandescenza) imponendone una differenza di potenziale ai capi.

I risultati sono mostrati nella seguente tabella e nel seguente grafico:

$V$ (V, $\pm 2\%$ )	$I$ (A)
1.00	0.046
3.00	0.088
7.0	0.139
13.0	0.193
22.6	0.259
37.4	0.338
79.5	0.50
143	0.68
220	0.86
292	1.00
331	1.07
371	1.13
397	1.17



L'ultimo punto è stato ottenuto aumentando lentamente il valore di  $V$ , e segnando gli ultimi valori di  $V$  ed  $I$  osservati prima che la corrente precipitasse a zero per la rottura del filamento.

L'incertezza sul voltaggio dichiarata dal produttore della sorgente è del 2%, mentre possiamo considerare corrette tutte le cifre significative date per le correnti.

La temperatura dell'ambiente è 300K, quella del filamento può essere considerata omogenea, ed è data la temperatura di fusione del tungsteno,  $T_m = 3695$  K (considerare trascurabili le incertezze su queste temperature).

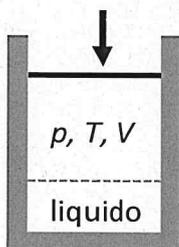
Trascurando il trasporto di calore per conduzione lungo i fili:

- determinare (con la loro incertezza) resistenza, potenza assorbita e temperatura del filamento a 220V;
- stimare la resistenza del filamento a temperatura ambiente;
- stimare la resistenza del filamento a 2000K.

Si ricorda che il calore scambiato per irraggiamento fra due corpi è direttamente proporzionale alla differenza delle quarte potenze delle loro temperature.

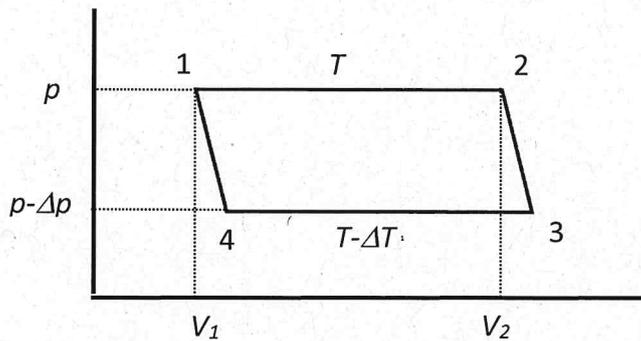
#### ESERCIZIO 4

Una macchina termica che opera secondo un ciclo di Carnot contiene un'interfaccia liquido-gas come in figura.



La pressione del vapore è  $p$ , la temperatura  $T$  e il volume  $V$ .

Il ciclo segue il diagramma p-V schematicamente illustrato in figura:



Il ciclo prevede l'evaporazione isoterma di  $n$  moli di liquido da 1 a 2. A questo segue l'espansione adiabatica reversibile da 2 a 3. Segue una contrazione isoterma da 3 a 4 con la ricondensazione di  $n$  moli di liquido. Il ciclo si chiude con la contrazione adiabatica reversibile da 4 a 1.

- Calcolare il rendimento in funzione di  $\Delta p$ ,  $V_g - V_l$  (volume di  $n$  moli di gas e di liquido, rispettivamente), e  $L_V$  calore latente di evaporazione di una mole di liquido. Si considerino  $\Delta p$  e  $\Delta T$  piccoli e che la transizione 1-2 è isoterma.
- Dato che due macchine termiche operanti un qualunque ciclo di Carnot tra le temperature  $T$  e  $T - \Delta T$  devono avere lo stesso rendimento (perché?) e che questo rendimento è funzione solo di  $T$  e  $\Delta T$ , utilizzare il risultato del punto a) per ottenere un'espressione per  $dp/dT$  in funzione di  $V_g - V_l$ ,  $n$ ,  $L_V$  e  $T$ .

PROVA INTEGRATA Matematica/Fisica per concorrenti 1 anno Biologia e Chimica  
19 agosto 2021

**Esercizio 1**

Determinare se esiste un triangolo equilatero nel piano cartesiano i cui vertici hanno coordinate intere

**Esercizio 2**

- Un intero positivo  $n$  è un *divisore proprio* di un altro intero positivo  $N$  se  $n \neq 1$ ,  $n \neq N$ , e  $n$  divide  $N$ . Trovare il numero di divisori propri di  $N = 441000$ .
- Due interi  $n, m$  si dicono *primi tra loro* se  $n > 1$ ,  $m > 1$ , e  $n, m$  non hanno divisori propri in comune. Determinare in quanti modi si può fattorizzare  $N = 441000$  nel prodotto di due fattori  $n, m$  primi tra loro.

**Esercizio 3**

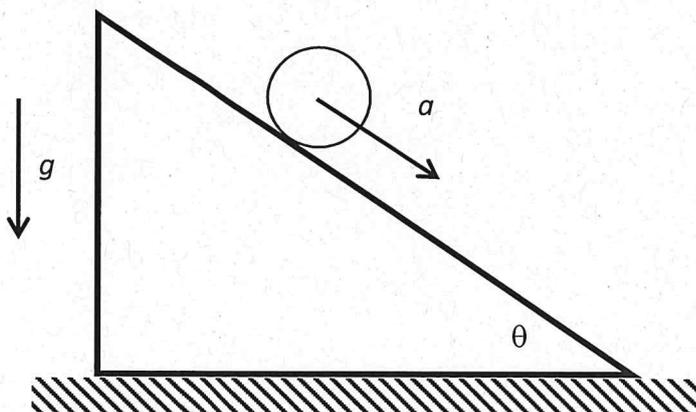
Due urne contengono ciascuna 100 palline numerate con numeri che variano da 1 a 100. In ciascuna urna compare ogni numero compreso tra 1 e 100. Da ogni urna viene estratta a caso una pallina.

Calcolare la probabilità che il valore assoluto della differenza dei due numeri estratti sia minore o uguale a 10.

**Esercizio 4**

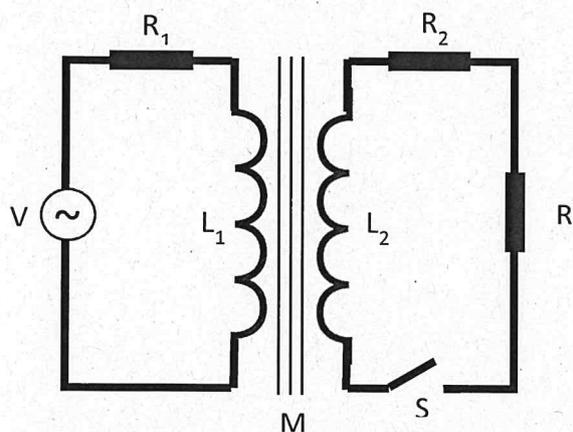
Un cilindro solido e omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$  è posto su un piano inclinato di un angolo  $\theta$  rispetto all'orizzontale, come in figura. Indichiamo con  $g$  l'accelerazione di gravità e con  $a$  l'accelerazione dell'asse del cilindro lungo il piano inclinato. Il coefficiente d'attrito statico tra cilindro e il piano è  $\mu$ .

- Calcolare l'accelerazione  $a$  in assenza di scivolamento
- Trovare l'angolo critico  $\theta_c$  oltre il quale inizia lo scivolamento



### Esercizio 5

Nel circuito in figura  $L_1$ ,  $L_2$ , e  $M$  sono rispettivamente le auto-induttanze e la mutua induttanza degli avvolgimenti di un trasformatore e  $R_1$  and  $R_2$  le resistenze degli stessi.  $S$  è un interruttore e  $R$  il carico sul secondario. La tensione ingresso è  $V = V_0 \sin \omega t$ .



- Calcolare l'ampiezza della corrente sul primario quando  $S$  è aperto
- Calcolare l'ampiezza della corrente allo stato stazionario nel secondario quando  $S$  è chiuso

**A.A.2021/2022 – Ammissione al 1° anno – Prova di Biologia – 20 agosto 2021**

**ESERCIZIO 1**

- a) Alcuni segnali nervosi viaggiano anche per distanze cospicue per raggiungere le cellule cui sono stati inviati. Conoscete le caratteristiche di questi segnali?
- b) Con segnali nervosi di questo tipo come potrebbero essere codificati aspetti rilevanti degli stimoli (ad esempio relativamente alla durata o l'intensità di uno stimolo)?
- c) Quali fattori potrebbero spiegare il fatto che l'intervallo temporale che intercorre tra l'applicazione di uno stimolo caldo sulla pelle e la percezione, rispettivamente, del contatto e del calore, sia diverso (più corto per la percezione del contatto)?
- d) Se si registrano i segnali che viaggiano lungo le vie visive e si forniscono tali segnali alle vie uditive, il risultato è una percezione uditiva. Cosa possiamo dedurre da questo dato?

**ESERCIZIO 2**

La capacità di percepire i colori si basa sulla presenza di cellule nervose specializzate nel sistema visivo.

- a) Quali cellule conoscete che potrebbero partecipare ai processi che ci consentono di vedere i colori? dove sono situate?
- b) Quali processi sono attivati dalla luce in queste cellule?
- c) potreste portare esempi di difetti nella percezione dei colori su base genetica che hanno consentito di individuare uno dei passi necessari per la visione dei colori?
- d) Una lesione dell'occhio destro provoca la perdita della visione in una zona limitata posta alla destra del soggetto. Invece, una lesione della corteccia visiva di destra che lascia gli occhi intatti porta alla cecità della metà del campo visivo posta a sinistra del soggetto. Cosa se ne deduce? Potreste ulteriormente approfondire le vostre conoscenze esaminando pazienti con lesioni in altre parti del sistema nervoso?

**ESERCIZIO 3**

“La struttura di un organismo è determinata dal genoma che l'uovo contiene”.

- a) Qual è la prova su cui questa affermazione si basa?
- b) Che tipo di esperimento può essere fatto per avvalorare questa affermazione?
- c) In effetti, un amico ti sfida e suggerisce di sostituire il DNA di un uovo di cicogna con DNA umano per vedere se nasce un bambino umano. Come gli risponderesti?

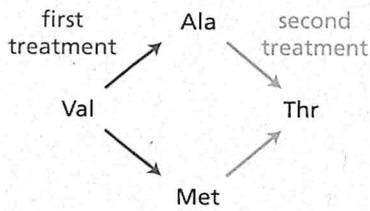
**ESERCIZIO 4**

a)

Sequenza1	GATTTTCCTAGGCGGCGGCCGCGGCGGAGGCAGCAGCGGCGGCGGCAGTGGCGGCGG
Sequenza2	GAGTTTCCTAGCCGGCGACCCGCGGCTCGAAGGCAGCAGCGGCGTCCGGCAGTGGCGGCGG
	* * * * *

Le mutazioni (\*) nella sequenza di DNA nr.2 occorrono in modo casuale oppure seguono determinati pattern? Cosa li determina e, verosimilmente, che tipo di mutazioni sono?

- b) Trattando delle cellule con un agente mutageno, isoliamo due sequenze proteiche mutanti. Una codifica per un'alanina (A), l'altra per una metionina (M) al posto di una valina (V). Dopo un nuovo trattamento con l'agente mutageno di queste sequenze mutate, otteniamo una nuova sequenza con una treonina (T) nella posizione dove originariamente c'era una valina. Assumendo che tutte le mutazioni avvengano mediante una mutazione di un singolo nucleotide, vi aspettereste di isolare un mutante V → T in un solo passaggio?



- c) Esiste un unico codice per tutte le forme di vita oppure no?
- d) Quale di queste mutazioni potrebbe essere maggiormente deleteria?
1. Inserzione di un singolo nucleotide vicino alla fine della sequenza codificante.
  2. Rimozione di un singolo nucleotide vicino l'inizio della sequenza codificante.
  3. Delezione di tre nucleotidi consecutivi al centro della sequenza codificante.
  4. Sostituzione di un nucleotide con un altro al centro della sequenza codificante.

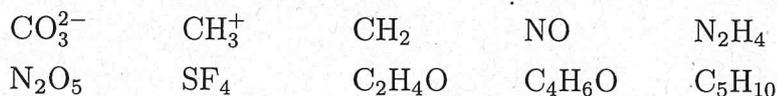
Ammissione al I anno - Corso Ordinario, Chimica. Anno Accademico 2021/22  
Prova Scritta di Chimica

20 AGO. 2021

Esercizio 1

Per ognuna delle seguenti molecole o ioni, specificare:

- Formula di struttura e geometria spaziale;
- Eventuali isomeri;
- Ibridazione dell'atomo centrale;
- Se la molecola è chirale e se esistono elementi di simmetria.



Esercizio 2

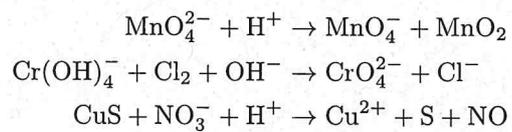
- Si calcoli il pH di una soluzione di 50.00 mL 0.010 M di NaOH, a cui vengono aggiunti i seguenti volumi di HCl 0.100 M: 0.00, 1.00, 2.00, 3.00, 4.00, 4.50, 4.90, 4.99, 5.00, 5.01, 5.10, 5.50, 6.00, 8.00, e 10.00 mL. Si faccia un grafico qualitativo del pH in funzione del volume di HCl aggiunto.
- Si calcoli il pH di una soluzione di 50.0 mL 0.050 M di acido formico (acido monoprotico,  $K_a = 1.8 \cdot 10^{-4}$ ) a cui vengono aggiunti i seguenti volumi di KOH 0.050 M: 0.0, 10.0, 20.0, 25.0, 30.0, 40.0, 45.0, 48.0, 49.0, 49.5, 50.0, 50.5, 51.0, 52.0, 55.0, e 60.0 mL. Si disegni un grafico qualitativo del pH in funzione del volume di KOH aggiunto.
- Un indicatore è un composto che solitamente cambia colore in funzione del pH di una soluzione. In particolare, gli indicatori sono utilizzati per visualizzare il punto di equivalenza durante una titolazione, cioè il punto in cui si mescolano quantità equivalenti di un acido e di una base.

Si individui tra i seguenti indicatori quello/i più efficace/i nel determinare il punto di equivalenza delle soluzioni studiate nei punti a e b. Spiegare le motivazioni della scelta.

Nome	Colore 1	Colore 2	intervallo di efficacia (pH)
violetto di metile	lilla	viola	0,1 - 1,5
blu di timolo	giallo	blu	1,2 - 2,8
giallo di metile	rosso	giallo	2,9 - 4,0
metilarancio	rosso	giallo	3,1 - 4,4
blu di bromofenolo	giallo	blu	3,0 - 4,6
verde di bromocresolo	giallo	blu	3,8 - 5,4
rosso metile	rosso	giallo	4,2 - 6,2
blu di bromotimolo	giallo	blu	6,0 - 7,6
rosso fenolo	giallo	rosso	6,4 - 8,0
rosso cresolo	giallo	rosso	7,2 - 8,8
1-naftoltaleina	rosa	verde	7,3 - 8,7
fenoltaleina	incolore	rosso	8,0 - 9,9
timoltaleina	incolore	blu	9,3 - 10,5
violetto di bromocresolo	giallo	violetto	5,2 - 6,8
trinitrotoluene	incolore	arancio	11,5 - 13,0

### Esercizio 3

Si bilancino le seguenti reazioni:



### Esercizio 4

Svolgere la seguente dissertazione:

*Dissertazione:* La chimica del Carbonio