

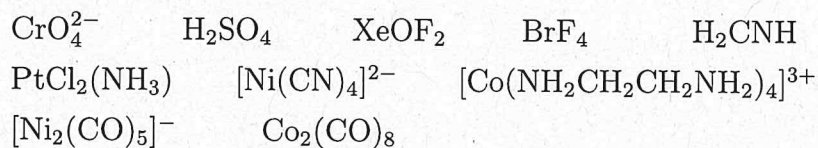
Ammissione al IV anno - Corso ordinario, Chimica. Anno Accademico 2021/22
Prova Scritta di Chimica Generale

19 AGO. 2021

Esercizio 1

Per le seguenti molecole o ioni:

- si disegnino le strutture molecolari
- si indichino i gruppi puntuali di simmetria
- si valuti quali strutture hanno momento di dipolo non nullo
- si valuti quali strutture sono chirali



Esercizio 2

20.0 mL di una soluzione $1.00 \cdot 10^{-3}$ M di Co^{2+} in presenza di $\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$ (0.10 M) a pH 9.00 sono stati titolati con EDTA $1.00 \cdot 10^{-2}$ M. Si calcoli pCo^{2+} ($-\log[\text{Co}^{2+}]$) per i seguenti volumi di EDTA (H_6Y^{2+}) aggiunti: 0, 1.00, 2.00, e 3.00 mL. Si consideri la concentrazione di $\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$ fissa a 0.10 M. Si disegni un grafico qualitativo di pCo^{2+} in funzione dei millilitri di EDTA aggiunti.

Per $\text{Co}(\text{C}_2\text{O}_4)_2^{2-}$: $\log \beta_1 = 4.69$; $\log \beta_2 = 7.15$

Per CoY^{2-} : $\log K_f = 16.45$

A pH = 9, si consideri $\alpha_{\text{Y}^{-4}} = 0.041$

Esercizio 3

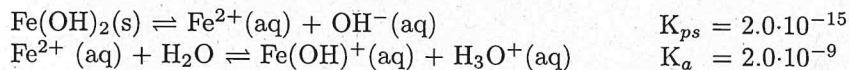
Si consideri la molecola di lisina. La forma neutro della lisina può essere scritta come HL. Le altre forme sono H_3L^{2+} , H_2L^+ e L^- . Si calcoli:

- il pH al punto isoionico di una soluzione 0.010 M di lisina
- il pH al punto isoelettrico.

Le tre K_a della lisina sono: $K_1 = 1.7 \cdot 10^{-2}$, $K_2 = 8.5 \cdot 10^{-10}$ e $K_3 = 1.51 \cdot 10^{-11}$

Esercizio 4

Calcolare la solubilità dell'idrossido di ferro $\text{Fe}(\text{OH})_2$ in una soluzione tampone a pH uguale a 10.0, 8.0 e 6.0. Si considerino i seguenti equilibri (da bilanciare):



Ammissione al IV anno - Corso Ordinario, Chimica. Anno Accademico 2021/22
Prova Scritta di Chimica Fisica

20 AGO. 2021

Esercizio 1

Si ipotizzi di aver ritrovato in laboratorio un bombola di gas. La composizione del gas è ignota, ma contiene sicuramente butene o acroleina o una miscela dei due gas. Stabilire un protocollo sperimentale basato su metodi spettroscopici per discriminare univocamente la composizione del gas, almeno qualitativamente.

Esercizio 2

Si considerino due determinanti di Slater Φ_1 e Φ_2 , costruiti considerando N spin orbitali. Si calcoli il seguente elemento di matrice dell'Hamiltoniano H :

$$\langle \Phi_1 | H | \Phi_2 \rangle$$

- Nel caso in cui $\Phi_1 = \Phi_2$
- Nel caso in cui Φ_1 e Φ_2 differiscano per un solo spin-orbitale
- Nel caso in cui Φ_1 e Φ_2 differiscano per due spin-orbitali
- Nel caso in cui Φ_1 e Φ_2 differiscano per tre o più spin-orbitali.

Esercizio 3

Si consideri la quantità:

$$\pi_T = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$$

- Utilizzando le relazioni di Maxwell, si ricavi un'espressione di π_T in funzione di T , S , V e P .
- Quanto vale π_T per un gas ideale?
- Quanto vale π_T per un gas di van der Waals?

Esercizio 4

Si consideri la molecola di formaldeide.

- Specificare il numero di modi normali di vibrazione.
- Individuare gli elementi di simmetria della molecola, e specificare il gruppo di simmetria puntuale di appartenenza.
- Determinare la forma dei modi normali di vibrazione.
- Individuare quali di essi sono attivi in spettroscopia infrarossa e in spettroscopia Raman.

Scuola Normale Superiore, ammissione al IV anno del corso ordinario
19 Agosto 2021: prova di analisi e probabilità

Esercizio 1.

(i) Si consideri la mappa $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x, y) = \left(6x + \left(4 + x^2 + \frac{1}{2}y^2 \right)^{\frac{1}{2}}, 8y + \log(1 + y^2) + \arctan(x) \right).$$

Si dimostri che la preimmagine di ogni insieme compatto è compatta.

(ii) Dimostrare che f è un omeomorfismo da \mathbb{R}^2 in \mathbb{R}^2 .

Esercizio 2. (a) Studiare la convergenza uniforme della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nz}{n^3}$.

(b) Sia γ una curva semplice chiusa e sia f analitica nella regione R racchiusa da γ e in tutti i punti di γ . Si supponga inoltre che f abbia uno e un solo zero, di ordine n , all'interno di R . Calcolare

$$\int_{\gamma} z^2 \frac{f'(z)}{f(z)} dz.$$

Esercizio 3. Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x' &= y^3 - x \\ y' &= -xy^2 - y \end{cases} \quad (1)$$

dove $x = x(t)$ e $y = y(t)$. Poniamo poi la condizione iniziale

$$\begin{cases} x(0) &= 1000 \\ y(0) &= -50. \end{cases} \quad (2)$$

Stabilire se esiste o meno una soluzione unica $(x(t), y(t))$ di classe C^1 globalmente su $[0, +\infty)$ e dimostrarlo dettagliatamente. Se essa esiste descriverne il comportamento asintotico per $t \rightarrow +\infty$.

Esercizio 4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitata e uniformemente continua, e sia $\{K_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una successione di funzioni in $L^1(\mathbb{R})$ tali che

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \|K_n\|_1 < \infty, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathbb{R}} K_n(x) dx = 1,$$

e per ogni $\delta > 0$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{|x| > \delta} |K_n(x)| dx = 0.$$

Dimostrare che $K_n * f$ converge uniformemente a f per $n \rightarrow \infty$. L'ipotesi che f sia uniformemente continua è necessaria?

Esercizio 5. Sia $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una successione di v.a. indipendenti e identicamente distribuite, definite su uno spazio di probabilità $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, con valore atteso \mathbb{E} . Si supponga che esse siano centrate e con momento quarto finito. Si considerino le somme $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$.

Mostrare che esiste una costante $C > 0$ tale che valga $\mathbb{E}[S_n^4] \leq Cn^2$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Dedurre che $S_n/n \rightarrow 0$ quasi certamente e maggiorare $\mathbb{P}(S_n/n > \epsilon)$, per $\epsilon > 0$ con una quantità infinitesima di ordine 2 in n .

Scuola Normale Superiore, ammissione al IV anno del corso ordinario
20 Agosto 2021: prova di algebra e geometria

Esercizio 1. Per $n \geq 1$ intero, si considerino i seguenti quadrati nel piano Euclideo

$$Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \max\{|x|, |y|\} = 1\}; \quad Q_n = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \max\{|x|, |y|\} = 1 - 1/n\}.$$

Sia $C_n \subseteq \mathbb{R}^2$ un insieme convesso di classe C^2 tale che $Q_n \subseteq C_n$ e tale che $\partial C_n \subseteq Q \setminus Q_n$.

(i) Dimostrare che, se k_n è la curvatura di ∂C_n , allora valgono

$$\sup_{\partial C_n} k_n \rightarrow +\infty; \quad \inf_{\partial C_n} k_n \rightarrow 0 \quad \text{per } n \rightarrow +\infty.$$

(ii) Trovare un insieme C_n come in (i) tale che ∂C_n sia lo zero di un polinomio in x e y .

Esercizio 2. Descrivete, a meno di isomorfismi, tutti i campi K che possono essere descritti come quozienti dell'anello $\mathbb{Q}[x, y]/(x^4 - 2, y^4 - 2)$, e per ciascuno di essi determinate il numero di omomorfismi suriettivi

$$\mathbb{Q}[x, y]/(x^4 - 2, y^4 - 2) \rightarrow K.$$

Esercizio 3. Sia $M_2(\mathbb{R})$ lo spazio delle matrici reali 2×2 con la topologia euclidea. Sia S il sottospazio

$$X = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid A \neq 0 \text{ e } A^2 = 0\}.$$

Trovate le componenti connesse di X , e il gruppo fondamentale di ciascuna di esse.

Esercizio 4. Una matrice S reale $2n \times 2n$ si dice *simplettica* se soddisfa $S^T J S = J$, dove

$$J = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix}.$$

Dimostrare che $\det(S) = 1$.

Suggerimento: Partizionare S nella forma

$$S = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix},$$

dove ciascuna sottomatrice è $n \times n$, e calcolare il prodotto

$$\begin{bmatrix} D^T + iC^T & -B^T - iA^T \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n & iI_n \\ 0 & I_n \end{bmatrix}.$$

Esercizio 5. Sia p un numero primo $\equiv 1 \pmod{3}$, scritto come $p = 1 + 3m$. Consideriamo poi il polinomio

$$f(x) = (x + 1)^{2m+1} + (x + 1)^{m+1} + x + 1,$$

considerato a coefficienti interi modulo p . Dimostrare che $f(x)$ è divisibile per $x^m - 1$ in $\mathbb{F}_p[x]$ se e solo se $p = 7$ o $p = 13$.

AMMISSIONE CORSO ORDINARIO, IV ANNO FISICA- A.A. 2021/2022 – 19 agosto 2021
[Termodinamica, Meccanica Statistica, Meccanica Quantistica]

Esercizio 1

Sia L_* la luminosità (energia emessa nell'unità di tempo) di una stella. Si consideri un pianeta, ad una distanza d dalla stella, che abbia temperatura T_p e che rifletta una frazione A (albedo) della luminosità della stella.

- Si determini la distanza minima e massima del pianeta dalla stella, in funzione di L_* ed A , tale per cui la temperatura del pianeta sia compatibile con la presenza di acqua allo stato liquido, alla pressione di 1 atm. Si assuma che il pianeta emetta come un corpo nero e si ricordi che la costante di Stefan-Boltzmann è pari a $\sigma_{SB} = 5.7 \times 10^{-5} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ K}^{-4}$.
- Si sostituiscano i valori del sistema Terra-Sole ($L_* = 3.8 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$, $A = 0.3$). Considerando che, per definizione, la distanza Terra-Sole è pari ad una unità astronomica ($1 \text{ UA} = 1.5 \times 10^{13} \text{ cm}$), si traggano le opportune considerazioni sull'abitabilità del nostro pianeta.

Esercizio 2

Si consideri una nube di gas di simmetria sferica nel vuoto. Si assuma che la nube sia composta di solo idrogeno e che segua la legge di stato dei gas perfetti.

- Derivare la relazione tra energia cinetica ed energia potenziale della nube in condizione di equilibrio idrostatico.
- Determinare la massa minima della nube per cui questa diventa instabile e collassa gravitazionalmente, assumendo che la densità della nube all'inizio del collasso sia pressoché uniforme.
- Facendo uso dell'analisi dimensionale, dare una stima del tempo minimo impiegato dalla nube per collassare in un punto, assumendo che l'unica forza in azione sia quella gravitazionale.

Esercizio 3

Una particella di spin 0, massa m e carica elettrica q è vincolata a muoversi sul piano soggetta ad un potenziale armonico

$$\frac{m\omega_x^2}{2} x^2 + \frac{m\omega_y^2}{2} y^2$$

con $\omega_x, \omega_y \neq 0$ e $\omega_x \neq \omega_y$, in presenza di un campo elettrico $E = a_0 + a_1 x$ diretto lungo \hat{x} .

- Calcolare i livelli energetici e discuterne la dipendenza da a_0 e a_1 . Si fissi dunque il valore di questi parametri in modo da avere uno spettro di livelli energetici discreti con la massima degenerazione possibile.

- b) Inizialmente il sistema si trova nel primo livello energetico eccitato ed ha momento angolare $L_z = +\hbar$. Al tempo $t = 0$ il valore di a_0 viene istantaneamente cambiato in $a_0 + \Delta a_0$, con $\Delta a_0 \ll a_0$. Determinare l'evoluzione temporale del sistema lavorando al prim'ordine in Δa_0 .
- c) Calcolare $\langle x(t) \rangle$ e la probabilità che una misura di L_z dia un risultato pari a 0. Si lavori al prim'ordine non banale nell'espansione perturbativa in Δa_0 .

Esercizio 4

Si consideri un gas di N molecole diatomiche di massa M in tre dimensioni, la cui Hamiltoniana è

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{P_i^2}{2M} + \sum_{i=1}^N \frac{L_i^2}{2I}.$$

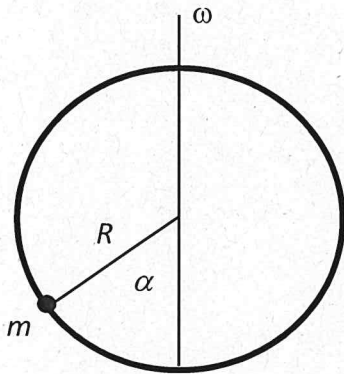
Con P_i indichiamo l'impulso della i -esima molecola, L_i è il momento angolare relativo dei suoi due costituenti, che sono fermioni di spin $1/2$, ed I è il corrispondente momento d'inerzia.

- a) Calcolare la funzione di partizione del sistema nei limiti di alta e bassa temperatura nel caso in cui i due costituenti della molecola sono fermioni distinguibili.
- b) Calcolare la funzione di partizione del sistema nei limiti di alta e bassa temperatura nel caso in cui i due costituenti della molecola sono fermioni indistinguibili.
- c) Studiare, nel caso di costituenti della molecola distinguibili e indistinguibili, il comportamento del calore specifico a volume costante nei limiti di alta e bassa temperatura.

Quarto anno; prova di “metodi matematici per la fisica, meccanica classica ed elettromagnetismo”

Esercizio 1

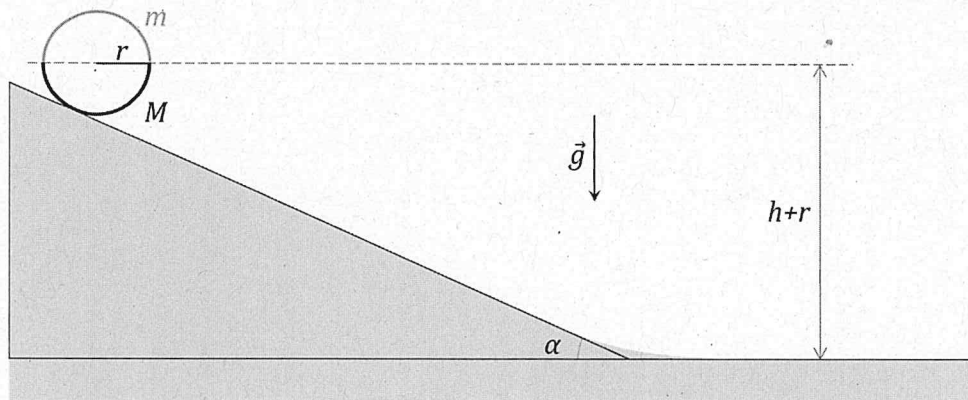
Una massa m si muove senza attrito su un filo a forma di cerchio di raggio R . Il cerchio giace in un piano verticale e ruota con velocità angolare costante ω intorno al suo diametro verticale (vedi figura).



1. Per quali valori di α la particella rimane ferma sul filo?
2. Tra queste, quali sono le posizioni di equilibrio stabile?
3. Determinare la frequenza delle piccole oscillazioni intorno alle posizioni di equilibrio stabile.

Esercizio 2

Un corpo rigido può essere approssimato con una superficie cilindrica di raggio r composta da due superfici semicilindriche (simmetriche rispetto ad un piano passante per l'asse del cilindro) omogenee, ma di densità diversa, di masse M e $m < M$.



Come illustrato in figura, questo cilindro è inizialmente posto su un piano inclinato di un angolo α con la parte più pesante verso il basso (in modo che tutti i punti della superficie di massa M si trovino ad una quota inferiore a quelli di massa m) e l'asse parallelo alle linee di equal quota; il sistema è soggetto ad un campo gravitazionale di modulo g diretto verso il

basso. Il piano inclinato si raccorda dolcemente con un piano orizzontale, e l'asse geometrico del cilindro si trova ad un'altezza $h + r$ rispetto alla quota di tale piano.

Sotto l'ipotesi di puro rotolamento e di attrito volvente trascurabile, descrivere se e in quali condizioni è possibile che:

- il corpo non si allontani indefinitamente dal piano inclinato lungo il piano orizzontale;
- il corpo non scenda indefinitamente lungo il piano inclinato (non considerare il piano orizzontale in questo caso).
- Determinare il punto di equilibrio e la frequenza delle piccole oscillazioni attorno ad esso nel caso precedente b); descrivere le forze che agiscono sul corpo rigido all'equilibrio.

Esercizio 3

Un condensatore è composto da due armature metalliche parallele piatte di area A in aria (si consideri la costante dielettrica relativa uguale a 1), collegate da una molla isolante di costante elastica k e lunghezza di equilibrio \bar{d} . La prima piastra è fissa, la seconda ha massa M . Il condensatore è inizialmente scollegato e carico con carica Q_0 , con molla libera di muoversi, ed in equilibrio statico.

All'istante $t = 0$, il condensatore è collegato ad una resistenza R e inizia a scaricarsi.

Il sistema è collegato a un carico termico con temperatura iniziale T e capacità termica totale (circuito più carico termico) Γ .

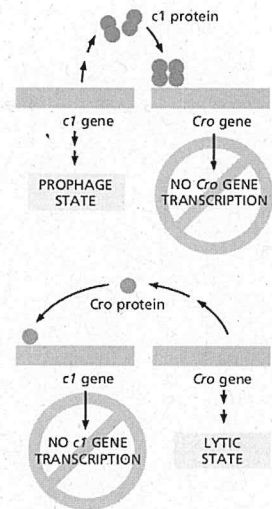
Si consideri che k è sufficientemente alto da poter considerare la distanza d tra le piastre sempre > 0 , e che la molla è smorzata, con costante di smorzamento tale che la distanza d segue adiabaticamente la carica Q nel condensatore (cioè, la molla è sempre all'equilibrio data la carica Q).

- Calcolare la temperatura finale del sistema.
- Calcolare Q in funzione del tempo $Q(t)$
- Calcolare l'energia dissipata nella resistenza.
- Dopo aver dato una possibile definizione per la costante di smorzamento, descrivere la condizione per cui si possa approssimare che d segua adiabaticamente la carica Q dati gli altri parametri del sistema.

19 AGO. 2021

Esercizio 1

I batteriofagi possono replicarsi in due modi. Nello stato profagico, il DNA virale viene inserito nel cromosoma batterico e viene copiato insieme al genoma batterico ogni volta che la cellula si divide. Nello stato litico, il DNA virale viene rilasciato dal cromosoma batterico e si replica molte volte nella cellula. Questo DNA virale quindi produce proteine del rivestimento virale che insieme al DNA del virus replicato formano molte nuove particelle virali che fanno esplodere la cellula batterica. Queste due forme di crescita sono controllate da due regolatori di trascrizione, chiamati c1 ("c one") e Cro, che sono codificati dal virus. Nello stato di profago, c1 è espresso; nello stato litico, Cro è espresso. Inoltre regolando l'espressione di altri geni, c1 reprime Cro e Cro reprime c1. Quando i batteri contenenti un fago nello stato di profago sono brevemente irradiati con luce UV, la proteina c1 viene degradata.



- Cosa accadrà dopo?
- La modifica in a) verrà invertita quando la luce UV è spento?
- Perché questa risposta alla luce UV potrebbe essersi evoluta?

Esercizio 2

I geni che controllano il ciclo cellulare sono stati scoperti studiando mutanti del lievito incapaci di replicarsi

- Che tipo di mutazioni sono state studiate?
- In che modo è stato possibile isolare i geni responsabili di tali mutazioni?
- Quali sono le prove della conservazione evolutiva dei meccanismi genetici di controllo del ciclo cellulare e che tipo di esperimento lo può dimostrare?

Esercizio 3

- Il processo che porta alla sintesi delle proteine è concettualmente molto semplice, eppure estremamente complesso nella sua attuazione. Perché? Elencare i meccanismi base
- D'altro canto, il processo che consente alle proteine di svolgere la propria funzione è logicamente estremamente complesso, ma di attuazione estremamente semplice, tanto che può avvenire spontaneamente. A che processo ci riferiamo? Com'è possibile che questo processo avvenga spontaneamente?

- c) È possibile accelerare il processo del punto b)? Perché motivi idrofobici esposti possono servire come segnali critici per intervenire in questo processo? Cosa può accadere se questi motivi idrofobici rimangono esposti?
- d) La struttura delle proteine è determinata solamente dalla sequenza aminoacidica. Una sequenza ingegnerizzata in cui l'ordine originale degli aminoacidi è stato invertito avrà la stessa struttura della sequenza originale?

Esercizio 4

- a) Quale evento nel corso dell'evoluzione è legato all'emergenza di apparati di trasduzione di segnali extracellulari?
- b) La comunicazione cellulare assomiglia a quella umana. Quali delle seguenti forme di comunicazione umana sono analoghe alla segnalazione cellulare autocrina, paracrina, endocrina e sinaptica?
 1. conversazione telefonica
 2. parlare alle persone a un cocktail party
 3. annuncio radio
 4. parlare con se stessiMotivare la risposta.
- c) Quale tipo di fosforilazione è divenuta cruciale per l'evoluzione dei metazoi? I "reader" e gli "eraser" di questo tipo di fosforilazione sono gli stessi degli altri tipi?

**A.A. 2021/22 - Ammissione al IV anno
Prova di Neurobiologia – 20 agosto 2021**

ESERCIZIO 1

- a) L'efficacia della trasmissione sinaptica in un circuito può cambiare in maniera duratura in risposta all'esperienza (plasticità sinaptica a lungo termine). Le caratteristiche dell'attività elettrica evocata dall'esperienza nel circuito determinano se si verificherà un fenomeno di plasticità sinaptica a lungo termine e se questo sarà un potenziamento o una riduzione dell'efficacia sinaptica. Portare un esempio e discuterlo
- b) Quali vie molecolari sono state implicate nell'avvio del cambiamento di efficacia sinaptica e nel suo mantenimento nel tempo?
- c) Quali strategie sperimentali suggerireste per verificare in maniera causale se un fattore molecolare è importante per la fase di avvio o per la fase di mantenimento?
- d) Se un gruppo di dati sperimentali suggerisce che l'uso di un farmaco che riduce l'azione di un neurotrasmettitore interferisce negativamente con un fenomeno di plasticità sinaptica a lungo termine in un determinato circuito nervoso, come fareste a verificare quale via nervosa è causalmente collegata a questo fenomeno? Come verifichereste la temporizzazione che l'attività di questo ingresso sinaptico deve avere per poter esercitare la sua azione facilitante?

ESERCIZIO 2

Indicare, fornendo una breve spiegazione, se le seguenti manipolazioni portano ad una velocizzazione, un rallentamento o nessun effetto sulla velocità di propagazione del potenziale di azione nell'assone.

- a) aumento della resistenza di membrana
- b) aumento della capacità della membrana
- c) aumento della conduttanza dei canali voltaggio dipendenti del sodio
- d) aumento della resistenza assiale dell'assone

ESERCIZIO 3

Il glutammato è il principale neurotrasmettitore eccitatorio del cervello. Rispondere alle seguenti domande commentando brevemente le risposte:

- a) che tipi di recettori per il glutammato conoscete?
- b) quale recettore media in modo più veloce la trasmissione sinaptica? Perché?
- c) quale interagisce con le proteine G?
- d) quale è attivato dal glutammato?

- e) quale è bloccato dal magnesio? Che proprietà ha il blocco operato dal magnesio sul recettore?
- f) quale recettore ha la struttura tipica dei recettori con sette domini transmembrana?
- g) Quale è il più permeabile al calcio?

ESERCIZIO 4

I neuroni dei sistemi sensoriali sono caratterizzati dal loro campo recettivo

- a) definire il campo recettivo fornendo esempi dai vari sistemi sensoriali
- b) i campi recettivi possono avere una loro organizzazione interna. Spiegare con un esempio
- c) all'interno di un sistema sensoriale i campi recettivi dei neuroni possono essere diversi andando da strutture neurali più periferiche a strutture più centrali. Commentare con esempi.



SCUOLA
NORMALE
SUPERIORE

Anno Accademico 2021/2022

Ammissione al corso di laurea magistrale in Materials and Nanotechnology

August 23rd, 2021 – GENERAL CHEMISTRY

EXERCISE 1

For each of the following eight compounds:

1. CH₄ 2. C₂H₃Cl 3. Pt(NH₃)₂Cl₂ 4. Ni(CO)₄ 5. CH₃OH 6. Cr(CO)₆ 7. H₃O⁺ 8. H₂O₂

a) Define the molecular structure (Lewis structure).

Example: for a water molecule, the Lewis structure is the following:



b) Determine the molecular geometry according to VSEPR theory and the symmetry point group.

Example: for a water molecule, the VSEPR geometry is “angular shape derived from a tetrahedral shape”.
The symmetry point group is the C_{2v} one.

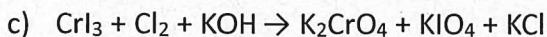
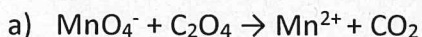
c) Report the formal charge and the oxidation number of each atom.

d) State if they have a non-zero electric dipole moment.

e) State whether they are chiral.

EXERCISE 2

Balance the following redox reactions occurring in aqueous solution (include species H⁺, OH⁻ and H₂O, if needed):



EXERCISE 3

Consider the reaction $2\text{SO}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{SO}_3$

0.100 mole each of SO_2 and SO_3 are mixed in a 2.0 liter flask at 27°C . After equilibrium is attained, the pressure is 2.78 atm.

- Which is the mole fraction of O_2 at equilibrium?
- Calculate the equilibrium constant K_p .
- State the percent dissociation of SO_3 if initially the flask had contained 0.1 mole of SO_3 and no O_2 or SO_2 .

EXERCISE 4

Evaluate the pH of

- 0.7M NH_4Cl solution, considering that $\text{p}K_a(\text{NH}_4^+/\text{NH}_3) = 9.26$
- 0.1M K_2CO_3 solution, considering that $\text{p}K_a(\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}) = 10.4$



SCUOLA
NORMALE
SUPERIORE

Anno Accademico 2021/2022

Ammissione al corso di laurea magistrale in Materials and Nanotechnology

August 24th, 2021 – CLASSICAL PHYSICS

EXERCISE 1

A homogeneous cylinder of radius R and mass M lies on a horizontal plane with its axis parallel to the plane. Initially, there is no friction between the cylinder and the plane and the cylinder is freely spinning around its axis with the angular velocity ω_0 . At a given time, some sand is sprinkled all over the plane in order to create some friction between the cylinder and the plane, which can be described by a coefficient of dynamical friction μ . As a consequence, the cylinder begins to advance along the plane.

- How long a distance L must the cylinder cover along the plane before it starts rolling without slipping?
- After such a pure rolling motion starts, what is the angular frequency ω_f of the cylinder ?
- How much energy has been dissipated by friction ?

EXERCISE 2

Two bodies having heat capacity, respectively, C_A and $C_B \gg C_A$ (independent of temperature) are initially at temperature T_A and $T_B < T_A$. Estimate the maximum amount of work that a thermal engine can produce exchanging heat with these bodies.

EXERCISE 3

Consider the following electrostatic potential that rapidly vanishes at infinity:

$$V(\vec{r}) = \frac{qe^{-r/a}}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Find the distribution of charge that generates it.

EXERCISE 4

A partially elliptically-polarized beam of light propagating in the z direction passes through a perfect linear-polarization analyzer. When the transmission axis of the analyzer is along the x direction, the transmitted intensity is maximum and has the value $1.5I_0$. When the transmission axis is along the y direction, the transmitted intensity is minimum and has the value I_0 .

- a) What is the intensity when the transmission axis makes angle θ with the x axis? Does your answer depend on what fraction of the light is unpolarized?

The original beam is made to pass first through a quarter-wave plate* and then through the linear polarization analyzer. The quarter-wave plate has its axes lined up with the x and y axis. It is now found that the maximum intensity is transmitted through the two devices when the analyzer transmission axis makes an angle of 30° with the x axis.

- b) Determine this maximum intensity
c) determine the fraction of the incident light which is unpolarized

*passage through the quarter-wave plate shifts the x phase relative to the y phase by 90°