

Concorso ammissione 4 Anno corso ordinario. Classe di Scienze Biologiche.

Prova di Biologia Molecolare

PROBLEMA 1. Le mutazioni vengono introdotte nel genoma di *E. coli* alla velocità di circa 1 mutazione ogni 10^9 coppie di basi (bp) per generazione. Immagina di iniziare con una popolazione di 10^6 *E. coli*, nessuno dei quali porta mutazioni nel tuo gene di interesse, che è lungo 1000 nucleotidi e non è essenziale per la crescita e la sopravvivenza batterica.

- a. Nella generazione successiva, dopo che la popolazione raddoppia di numero, quale frazione di cellule, in media, ti aspetteresti di portare una mutazione nel tuo gene?
- b. Dopo che la popolazione raddoppierà di nuovo, quale ti aspetteresti che sia la frequenza dei mutanti nella popolazione?
- c. Quale sarebbe la frequenza dopo un terzo raddoppio?

PROBLEMA 2. Nelle femmine di mammifero, un cromosoma X in ciascuna cellula viene scelto a caso per l'inattivazione all'inizio dello sviluppo. L'inattivazione dell'X, che coinvolge più di 1000 geni nell'uomo, è fondamentale per equalizzare l'espressione dei geni del cromosoma X nei maschi e nelle femmine. Un indizio fondamentale sul meccanismo di inattivazione dell'X è venuto dall'isolamento di un gran numero di cDNA per i geni sul cromosoma X umano. I loro modelli di espressione sono stati caratterizzati in cellule di maschi e femmine normali, in cellule di individui con un numero anormale di cromosomi X e in linee cellulari ibride di roditori: umane che conservavano un cromosoma X umano inattivo (X_i) o un cromosoma X umano attivo (X_a). Tra tutti questi cDNA, c'erano tre modelli di espressione, come illustrato dai cDNA A, B e C nella figura.

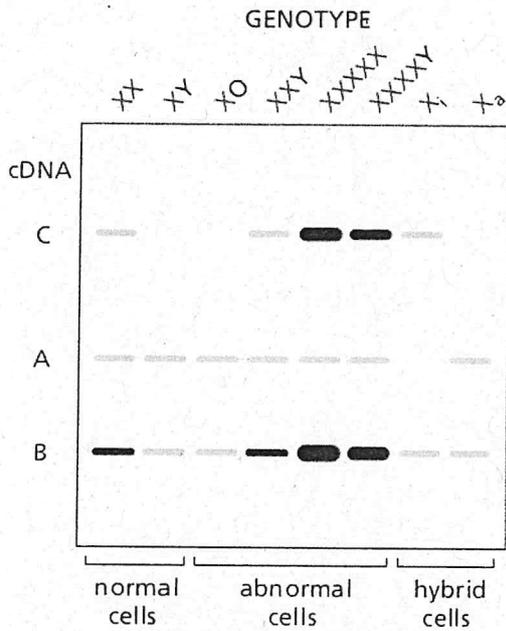
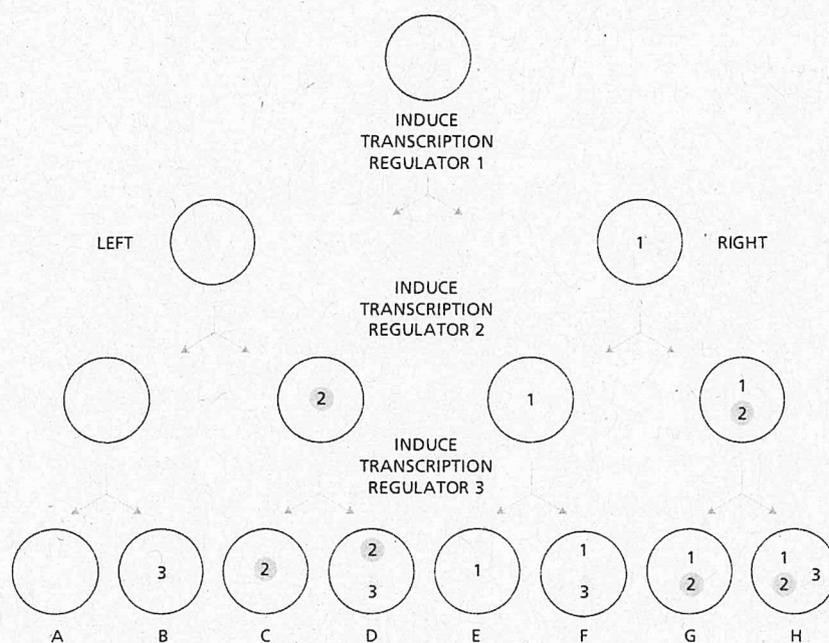


Figura Problema 2. Analisi per Northern blot dell'espressione genica da cellule con diversi numeri e tipi di cromosomi X. L'RNA delle cellule è stato separato elettroforeticamente su gel, trasferito su nitrocellulosa, sondato con una miscela di cDNA radioattivi A, B e C e visualizzato mediante autoradiografia. Le posizioni delle bande di RNA che corrispondono ai geni A, B e C sono state determinate in un esperimento separato.

- a. Per ogni modello di espressione, decidere se il gene è espresso dall'X attivo, dall'X inattivo o da entrambi.
- b. Quale modello ti aspetti sia il più comune? Quale modello è il più sorprendente?
- c. Dai risultati con cellule di individui anormali, formulare una regola su quanti cromosomi sono inattivati e quanti rimangono attivi durante l'inattivazione dell'X.

PROBLEMA 3. La figura mostra un semplice schema mediante il quale tre regolatori di trascrizione potrebbero essere utilizzati durante lo sviluppo per creare otto diversi tipi di cellule.



a. Quanti tipi cellulari potresti creare, usando le stesse regole, con quattro diversi regolatori di trascrizione?

MyoD è un regolatore della trascrizione in grado di attivare l'intero programma di differenziazione muscolare quando espresso nei fibroblasti.

b. Come potresti accogliere questa osservazione nello schema mostrato in figura?

PROBLEMA 4.

- Descrivere la natura chimica delle principali modifiche degli istoni e il loro effetto sulla trascrizione.
- Identificare i metaboliti principali che vengono utilizzati come donatori per le modifiche istoniche di cui al punto a.
- Alla luce di b., discutere come una condizione patologica che comporti uno sbilanciamento a favore della glicolisi possa influenzare le modifiche della cromatina.
- Descrivere i meccanismi alla base della metilazione/demetilazione della citosina.
- Descrivere i collegamenti tra i meccanismi in b. e il ciclo di Krebs.

PROBLEMA 5. Studiando neuroni che sono affetti da una mutazione, un gruppo di ricercatore scopre che l'espressione di una specifica proteina mitocondriale è ridotta.

- Descrivere una tecnica in grado di quantificare la concentrazione di una proteina in un estratto cellulari
- Nello stesso esperimento, si nota però anche che le cellule portatrici della mutazione hanno un ridotta massa mitocondriale. Come posso escludere che l'effetto misurato in a. sia semplicemente il risultato di una

eguale riduzione di tutte le proteine mitocondriali in proporzione alla diminuzione della massa mitocondriale?

c. I ricercatori ipotizzano che la proteina di loro interesse sia presente solo nei mitocondri localizzati a livello sinaptico. Che tipo di evidenza sperimentale può essere utilizzata per supportare questa ipotesi?

PROBLEMA 6. Un gruppo di ricercatori decide di studiare gli effetti di una specifica mutazione sull'omeostasi di una data proteina.

a. descrivere un metodo per misurare il tempo di sintesi di una proteina

b. descrivere un metodo che permetta di misurare l'emivita di una proteina

c. dagli esperimenti effettuati risulta che la mutazione riduce la sintesi della proteina. Descrivere un metodo che permetta di distinguere se la diminuita sintesi è ascrivibile ad una diminuzione nella trascrizione del gene che codifica per la proteina di interesse o ad una ridotta traduzione del relativo mRNA.

d. dagli esperimenti effettuati risulta anche che la mutazione induce specificamente una riduzione della emivita della proteina data. Suggestire uno dei possibili meccanismi.

e. in conclusione, si evince che la proteina di interesse in condizioni fisiologiche va incontro ad un *turnover* molto elevato (poche ore) e questo *turnover* è molto rallentato dalla mutazione. La sintesi di una proteina ovviamente ha un costo energetico. Quale può essere il vantaggio biologico di sintetizzare proteine che vengono poi rapidamente degradate?

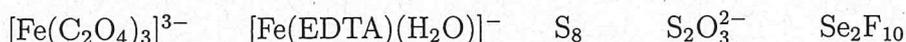
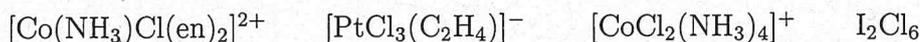
Ammissione al IV anno - Corso ordinario, Chimica. Anno Accademico 2022/23

Prova Scritta di Chimica Generale

25/08/2022

Esercizio 1

Per i seguenti composti



- si disegnano le strutture molecolari di tutti gli eventuali isomeri;
- si indichi il gruppo puntuale di simmetria;
- si valuti quali strutture hanno momento di dipolo diverso da zero;
- si valuti quali strutture sono chirali.

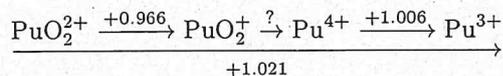
Esercizio 2

Si consideri un indicatore HIn. Alla lunghezza d'onda di 440 nm, l'assorbività molare ϵ di HIn è pari a $2080 \text{ M}^{-1}\text{cm}^{-1}$, mentre per In^- $\epsilon = 14200 \text{ M}^{-1}\text{cm}^{-1}$.

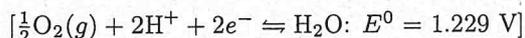
- Si scriva un'espressione per l'assorbanza di una soluzione contenente HIn e In^- rispettivamente con concentrazioni [HIn] e [In], in una cella con cammino ottico di 1.00 cm.
- Una soluzione $1.84 \cdot 10^{-4} \text{ M}$ dell'indicatore viene portata a pH 6.23. L'assorbanza misurata è: $\epsilon = 0.868 \text{ M}^{-1}\text{cm}^{-1}$, a 440 nm. Si calcoli la pK_a dell'indicatore.
- Come varia il risultato se il cammino ottico è pari a $N \text{ cm}$?

Esercizio 3

- Si scriva e si bilanci la reazione $\text{PuO}_2^+ \rightarrow \text{Pu}^{4+}$ e si calcoli E^0 per la seguente reazione:



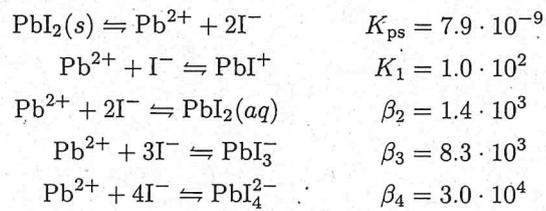
- A pH=2, una miscela equimolare di PuO_2^{2+} e PuO_2^+ può ossidare l' H_2O per dare O_2 ? Si assuma $P_{\text{O}_2} = 0.20 \text{ bar}$.
- A pH=7, verrà liberato O_2 ?



Esercizio 4

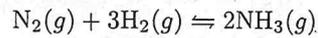
- Si trovino le concentrazioni di PbI^+ , $\text{PbI}_2(\text{aq})$, PbI_3^- e PbI_4^{2-} in una soluzione satura di $\text{PbI}_2(\text{s})$ contenente I^- in soluzione ad una concentrazione di 0.0010 M .
- Quanto valgono le concentrazioni se la concentrazione di I^- è 1.0 M ?
- Si tracci un grafico approssimativo di come varia il logaritmo della concentrazione totale di Pb in funzione del logaritmo della concentrazione di I^- per valori di $-3.5 \leq \log[\text{I}^-] \leq 1.0$. Si commenti il grafico sulla base dei fenomeni chimici che prevalgono alle diverse concentrazioni.

Si tengano presenti le seguenti reazioni:



Esercizio 5

Si consideri la sintesi dell'ammoniaca in fase gassosa,



- Se i gas si comportano idealmente, si dimostri che la concentrazione massima di ammoniaca si ottiene quando azoto e ossigeno si trovano in una proporzione 1:3.
- Si inseriscano in un reattore $n_{\text{H}_2}^0 = 3n_{\text{N}_2}^0$ moli iniziali. Come varia la resa della reazione in funzione della pressione applicata?
- I comportamenti delineati al punto precedente potrebbero essere misurati sperimentalmente?

Esercizio 6

Dissertazione: Aspetti termodinamici e cinetici delle reazioni chimiche.

Prova di Metodi matematici per la fisica, Meccanica classica ed Elettromagnetismo

Esercizio 1. Si consideri il semispazio $z \geq 0$, privo di cariche, con le seguenti condizioni al bordo per il potenziale elettrostatico $V(\vec{r})$: il potenziale vale zero all'infinito e su tutto il piano $z = 0$ eccetto che all'interno di un quadrato di lato a , col centro nell'origine e i lati paralleli agli assi x e y , ove vale $V_0 > 0$. Si determini $V(\vec{r})$ a grandissima distanza dall'origine con $z > 0$.

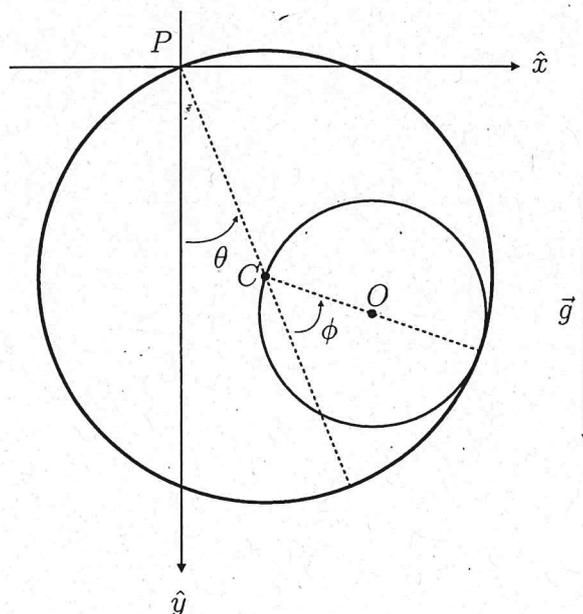
Esercizio 2. Calcolare il termine di quadrupolo nell'attrazione gravitazionale tra una massa puntiforme M e un cilindro omogeneo di massa m , altezza h e raggio R , molto distanti tra loro, deducendone il momento torcente esercitato sul cilindro in funzione dell'angolo θ tra la congiungente dei due centri di massa e l'asse del cilindro.

Esercizio 3. Il campo magnetico prodotto da due spire circolari di raggio R coassiali all'asse \hat{z} di un opportuno sistema di riferimento, situate in $z = \pm R$ e percorse da correnti uguali e concordi, può essere usato come "bottiglia magnetica" per intrappolare nel vuoto particelle cariche che, sotto opportune condizioni da discutere, si "avvitano" attorno alle linee di campo.

Risolvendo al primo ordine (non nullo) in $\Delta B/B$ le equazioni del moto per una particella non relativistica, di massa m e carica q , in moto nel suddetto campo quasi uniforme a simmetria cilindrica su un'orbita approssimativamente circolare di raggio $a_0 \ll R$ nel piano xy , ma con una piccola componente della velocità lungo z , determinare la frequenza delle piccole oscillazioni della particella lungo z in un intorno dell'origine degli assi in funzione del raggio imperturbato dell'orbita a_0 .

Esercizio 4. La ionosfera può essere considerata come un gas ionizzato, con densità di elettroni per unità di volume n , immerso nel campo magnetico terrestre \vec{B} , assunto per semplicità costante in tempo, direzione e modulo. Un'onda elettromagnetica che si propaga lungo \vec{B} (cioè con vettore d'onda $\vec{k} \parallel \vec{B}$) è linearmente polarizzata e si osserva che la direzione della sua polarizzazione ruota mentre l'onda avanza. Si discuta un modello che possa spiegare questo effetto dettagliatamente.

Esercizio 5. Un cilindro cavo di massa m e raggio $2a$ ruota liberamente attorno a un asse fisso P appartenente alla sua superficie laterale e perpendicolare al campo di gravità. Al suo interno un secondo cilindro cavo di massa m e raggio a rotola senza strisciare come indicato in figura. Scrivere la legge oraria del sistema, $\theta(t)$ e $\phi(t)$, in regime di piccole oscillazioni del sistema, date



delle generiche condizioni iniziali al tempo $t = 0$.

Scuola Normale Superiore
Ammissione al IV anno del Corso Ordinario
Prova di Analisi

Problema 1. Sia

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

una funzione positiva e tale che le funzioni F e $\frac{1}{F}$ sono entrambe convesse.
Mostrare che esistono una funzione

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

ed un vettore

$$v \in \mathbb{R}^2$$

tali che

$$F(x) = g(v \cdot x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}^2.$$

Problema 2. In uno spazio metrico (X, d) denotiamo con

$$D(x, r) = \{y \in X : d(x, y) \leq r\}$$

il disco di raggio $r > 0$ e centro $x \in X$.

i) Sia X Banach, per $n \in \mathbb{N}$ siano $D(x_n, r_n)$ dischi con $D(x_{n+1}, r_{n+1}) \subseteq D(x_n, r_n)$, si mostri che $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} D(x_n, r_n)$ è un disco chiuso (e non vuoto).

ii) Si trovi un esempio di spazio metrico completo (X, d) e di $D(x_n, r_n) \subseteq X$ dischi con $D(x_{n+1}, r_{n+1}) \subseteq D(x_n, r_n)$ ma tali che $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} D(x_n, r_n) = \emptyset$.

Problema 3. i) Sia $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una successione di v.a. di quadrato integrabile avente le seguenti due proprietà: $\mathbb{E}[X_n] = 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$, ed esistono $A, \lambda > 0$ tali che

$$|\mathbb{E}[X_n X_{n+p}]| \leq A e^{-\lambda p} \text{ per ogni } n, p \in \mathbb{N}.$$

Mostrare che la successione $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ converge a zero in probabilità.

ii) Sia $(\xi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una successione di v.a. indipendenti ed ugualmente distribuite, centrate e di quadrato integrabile e, dato $\alpha \in (0, 1)$, sia $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la successione di v.a. definita per ricorrenza da

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= -\alpha X_n + \xi_n \text{ per } n \geq 0 \\ X_0 &= 0. \end{aligned}$$

Mostrare che $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ soddisfa le condizioni del punto (i).

iii) Mostrare inoltre che, per la successione $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definita al punto (ii), la successione $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ converge a zero quasi certamente.

Problema 4. Nel seguito indicheremo con $L(\sigma)$ la lunghezza di una curva $\sigma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$. Inoltre, per ogni $R > 0$, indicheremo con $\sigma_R : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ la curva semplice chiusa che parametrizza (in senso antiorario) la circonferenza di centro 0 e raggio R , ovvero $\sigma_R(t) = (R \cos t, R \sin t)$.

⁰Continua sulla pagina successiva

Data una funzione olomorfa $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, mostrare che

$$\lim_{R \rightarrow +\infty} \frac{L(f(\sigma_R))}{L(\sigma_R)} = +\infty$$

oppure f è della forma $f(z) = az + b$ per una qualche coppia di costanti $a, b \in \mathbb{C}$.

Problema 5. Sia $[a, b]$ un intervallo chiuso e limitato. Siano m un numero naturale dispari e $V : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe C^∞ tale che

$$V(x) \geq 0 \quad \text{e} \quad V''(x) \leq 0 \quad \text{per ogni } x \in [a, b].$$

Sia poi

$$u : [0, +\infty) \times [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

una funzione di classe C^2 tale che per ogni $(t, x) \in [0, +\infty) \times [a, b]$ si ha

$$\begin{cases} \partial_t u(t, x) = \partial_{xx} u(t, x) - V(x) (u(t, x))^m \\ u(t, a) = u(t, b) = 0. \end{cases}$$

Verificare che le quantità

$$M(t) := \int_a^b u^2(t, x) dx \quad \text{e} \quad E(t) := \int_a^b (|\partial_x u|^2(t, x) + V(x) (u(t, x))^{m+1}) dx$$

sono decrescenti in t e mostrare che

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left\{ \sup_{x \in [a, b]} |u(t, x)| \right\} = 0.$$

Problema 6. Due particelle, con posizione e velocità date da $(x_1, v_1), (x_2, v_2)$, si muovono secondo la legge

$$\begin{aligned} x_1' &= v_1, & x_2' &= v_2 \\ v_1' &= \frac{1}{2} F(x_1 - x_2), & v_2' &= \frac{1}{2} F(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

dove F è la funzione segno: $F(x) = 1$ per $x > 0$, $F(x) = -1$ per $x < 0$, $F(0) = 0$.

Discutere per quali condizioni iniziali al tempo $t = 0$ il moto, per $t \geq 0$, è univocamente determinato e per quali invece c'è ambiguità.

Prova di Termodinamica, Meccanica statistica e Meccanica quantistica

Esercizio 1. Si consideri un reticolo bidimensionale quadrato di $N \gg 1$ siti su ciascuno dei quali è posto un dipolo che può assumere solo due orientazioni $+$ o $-$. Ciascun dipolo interagisce solo coi sui quattro primi vicini in modo tale che se due dipoli adiacenti sono concordi contribuiscono con un termine negativo $-J < 0$ all'energia, mentre se sono discordi con un termine positivo $J > 0$. Nel limite di basse temperature ($k_B T \ll J$), si considerino le fluttuazioni termiche attorno allo stato fondamentale del sistema, scelto per fissare le idee con tutti i dipoli nell'orientazione $-$, e si stimi in particolare il contributo di queste eccitazioni al calore specifico.

Esercizio 2. Per un volume V di materiale sconosciuto si conoscono alla temperatura ambiente il calore specifico a volume e pressione costante, c_V e c_P , il coefficiente di espansione termica a pressione costante, $\beta = \frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P$, il coefficiente di compressibilità a temperatura costante, $\kappa = -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T$. In genere c_P , β e κ sono misurabili, e c_V può essere ricavato dalle prime tre quantità.

- (i) Calcolare in funzione delle quantità elencate il coefficiente che descrive l'aumento di temperatura per una compressione adiabatica reversibile, cioè $-\left. \frac{\partial T}{\partial V} \right|_S$.
- (ii) Calcolare in funzione delle quantità elencate il coefficiente che descrive l'aumento di temperatura per un aumento di pressione adiabatico reversibile, cioè $\left. \frac{\partial T}{\partial P} \right|_S$.
- (iii) Fornire un'espressione di $c_P - c_V$ in funzione di V, T, P, β, κ .

Esercizio 3. Una particella di massa nulla e carica elettrica e soddisfa l'equazione d'onda relativistica

$$\eta^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu \psi(t, \vec{x}) = 0 \quad (1)$$

dove $x_\mu = (t, x, y, z)$ e $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$ è la metrica di Minkowski. ∇_μ è definito per ogni funzione $F(t, x, y, z)$ come

$$\nabla_\mu F \equiv (\partial_\mu + ieA_\mu)F$$

in termini del potenziale del campo elettromagnetico A_μ .

Si consideri il caso particolare di un campo esterno definito da $A_\mu(t, x, y, z) = (A_0(x), 0, 0, 0)$. $A_0(x)$ ha il comportamento asintotico seguente:

$$\begin{aligned} A_0(x) &\rightarrow 0 && \text{per } x \rightarrow -\infty \\ A_0(x) &\rightarrow \alpha && \text{per } x \rightarrow +\infty. \end{aligned}$$

- (i) Si scriva esplicitamente l'equazione (1) in questo caso.
- (ii) Si consideri un fascio di particelle che propaga in direzione positiva lungo l'asse x . Si scriva la soluzione di $\psi(x, t)$ per $x \rightarrow \pm\infty$ in termini delle ampiezze di trasmissione e riflessione.
- (iii) Esistono valori di α per cui il coefficiente di riflessione sia maggiore di 1?

Suggerimento: per rispondere può essere utile considerare il Wronskiano $W = f_1(x)f_2'(x) - f_2(x)f_1'(x)$, definito in termini di due soluzioni indipendenti $f_1(x)$ e $f_2(x)$ di una equazione differenziale ordinaria di secondo grado.

(altri esercizi sul retro)

Esercizio 4. Il positronio è un sistema simile all'atomo di idrogeno, in cui il protone è sostituito da un positrone (l'antiparticella dell'elettrone).

- (i) Si consideri l'Hamiltoniana H_0 dovuta alla sola forza di Coulomb. Quali sono il raggio e l'energia di legame dello stato fondamentale ($l = 0$) del positronio?
- (ii) Si includa adesso anche il contributo all'Hamiltoniana dovuto all'interazione spin-spin $H_S = C \vec{\sigma}_{e^+} \cdot \vec{\sigma}_{e^-}$, dove $\vec{\sigma}_{e^+}$ e $\vec{\sigma}_{e^-}$ sono le matrici di Pauli rispettivamente del positrone e dell'elettrone e $C = 2 \cdot 10^{-4}$ eV. Come cambiano le energie degli stati discussi al punto precedente?
- (iii) Si calcoli come il risultato viene modificato se al positronio è applicato un campo magnetico uniforme $B\hat{z}$.
- (iv) Si confrontino con un grafico qualitativo, in funzione di B , le energie degli stati al punto iii) con quelle corrispondenti dell'atomo di idrogeno.

Esercizio 5. Gli stati $|\phi_j\rangle$, $j = 0, 1, 2, \dots, N-1, N, N+1, \dots$, sono una base ortonormale numerabile per un sistema quantistico la cui Hamiltoniana ha gli elementi di matrice $H_{i,j} = \langle \phi_i | H | \phi_j \rangle = V = V^*$ se $i = N$ e $j < N$ ovvero $i < N$ e $j = N$, con $N \gg 1$, mentre $H_{i,j} = 0$ in tutti gli altri casi. Sapendo che al tempo $t = 0$ il sistema si trova nello stato $|\phi_N\rangle$, cioè $|\psi(t = 0)\rangle = |\phi_N\rangle$, si determinino:

- (i) la probabilità massima di trovare ad un tempo successivo il sistema nello stato $|\phi_0\rangle$:
 $P_0 = \max(|\langle \phi_0 | \psi(t > 0) \rangle|^2)$;
- (ii) il minimo tempo $\tau > 0$ necessario affinché valga nuovamente $|\langle \phi_N | \psi(\tau) \rangle| = 1$, ed il comportamento di τ per $N \rightarrow \infty$.

SCUOLA NORMALE SUPERIORE
AMMISSIONE AL IV ANNO DEL CORSO ORDINARIO

PROVA DI ALGEBRA E GEOMETRIA
26 AGOSTO 2022

Problema 1. Descrivete tutti i gruppi abeliani finiti A con la proprietà che l'azione del gruppo degli automorfismi $\text{Aut } A$ su A lascia fisso un elemento non banale.

Problema 2. Sia A un anello commutativo con identità locale. Un ideale $I \subseteq A$ si dice *di Cartier* se è libero di rango 1 come A modulo. Se I e J sono due ideali di A , e il prodotto IJ è di Cartier, fate vedere che I e J sono di Cartier.

Problema 3. Calcolate il grado dell'estensione $\mathbb{Q}(\sin \frac{2\pi}{7})/\mathbb{Q}$, e dite se è di Galois o no.

Problema 4. Siano p_0 e p_1 due punti distinti sul piano proiettivo reale \mathbb{RP}^2 , e sia X lo spazio ottenuto dall'unione disgiunta $[0, 1] \sqcup \mathbb{RP}^2$ identificando $0 \in [0, 1]$ con p_0 e $1 \in [0, 1]$ con p_1 . Descrivete tutti gli spazi che si possono ottenere come rivestimenti connessi di grado 3 di X .

Problema 5. Sia $f: S^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una curva C^∞ immersa iniettiva di lunghezza ℓ , e sia $F \subseteq \mathbb{R}^3$ la sua immagine. Per ogni $\varepsilon > 0$ definiamo

$$\Omega_\varepsilon = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \text{dist}(x, F) < \varepsilon\}.$$

- 1) Calcolate il volume di Ω_ε per ε piccolo.
- 2) Supponiamo che F stia su un piano $\mathbb{R}^2 \subseteq \mathbb{R}^3$, e sia $k: F \rightarrow \mathbb{R}$ la sua curvatura. Mostrate che se k non si annulla mai, allora per $\varepsilon < \frac{1}{\max_F |k|}$ abbiamo che Ω_ε è omeomorfo a $S^1 \times D$, dove D è il disco unitario nel piano. Fate vedere inoltre che questo può essere falso se F è planare ma k cambia segno.

Nota: Nella parte (1) potete assumere che la curvatura di f non si annulli mai.

Concorso ammissione 4 Anno corso ordinario. Classe di Scienze Biologiche.

Prova di Neurobiologia

PROBLEMA 1

- Esporre le principali differenze di organizzazione funzionale tra le cortecce somatosensoriali e motorie.
- Descrivere le differenze relative a queste cortecce tra umani e roditori.

PROBLEMA 2. Un *Peristimulus Time Histogram (PSTH)* è un tipo di grafico che mostra la frequenza di scarica media di un neurone nel tempo, rispetto ad un particolare evento (o *trigger*). Le attività, o *firing rates*, misurate durante ciascun *trial* vengono allineate rispetto al trigger di interesse. Nel *Raster plot* riportato in figura, sono riportati tutti i singoli *spikes* (i.e. potenziali d'azione) emessi da quel neurone in ciascun *trial*, allineati in colonna.

Un ricercatore registra contemporaneamente il *firing rate* di 6 neuroni corticali da due aree corticali diverse (3 neuroni per ciascuna area) in relazione ad un determinato evento. Nella figura, sono riportati i PSTH relativi ai 6 neuroni. Per ogni neurone è rappresentata la sua frequenza di scarica (spk/s) nel tempo (sec) in relazione all'evento di interesse, che si verifica per ciascun *trial* a $t=0$.

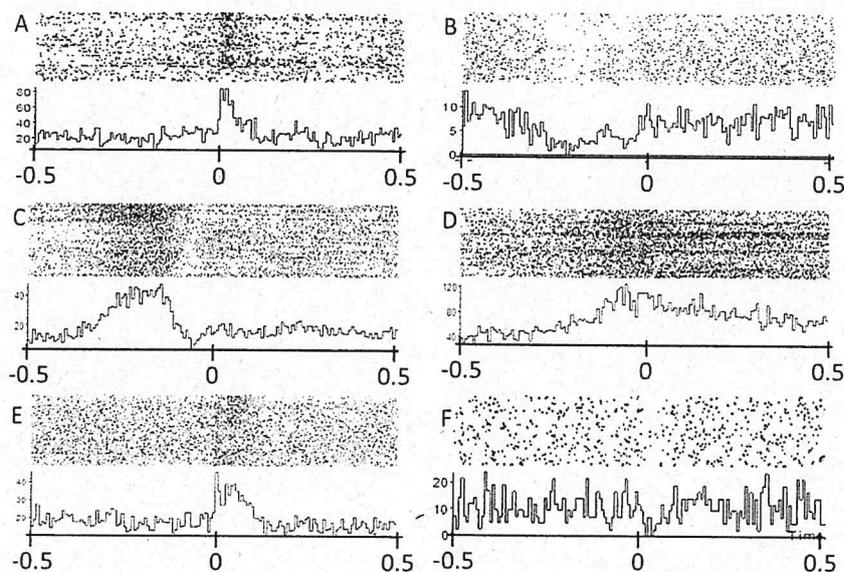


Figura Problema 2

- Raggruppare i neuroni in base all'area corticale di appartenenza. Sulla base di cosa è possibile fare tale distinzione?
- Ipotizzare la natura dell'evento di interesse, utilizzato per eseguire tali misure, e la funzione delle due aree registrate.
- Indicare quali informazioni possono essere utilizzate per ricostruire le possibili connessioni tra i neuroni registrati all'interno della stessa area.
- Indicare in quali casi, e perché, è possibile, ipotizzare quale sia la natura (eccitatoria/inibitoria) dei singoli neuroni registrati.

PROBLEMA 3. Quale è la differenza concettuale tra neurotrasmettitori e neuromodulatori? Cosa determina la loro differente azione?

PROBLEMA 4. La tossina tetanica, se iniettata nella corteccia di un topo sano, genera un fenotipo epilettico focale (ovvero localizzato).

- Quale meccanismo neuronale sta alla base di un evento epilettico?
- Quale potrebbe essere il meccanismo d'azione della tossina tetanica nell'indurre un focus epilettico?
- Se una persona entra in contatto con la tossina tetanica, ad esempio tramite una ferita, sviluppa una paralisi spastica (contrazione massimale e sostenuta della muscolatura). Perché?
- Quale agonista/antagonista useresti per contrastare tale paralisi spastica?

PROBLEMA 5. Uno sperimentatore sta studiando la maturazione ed integrazione di neuroni coltivati in piastra e trapiantati in un cervello adulto ospite.

- Quali condizioni devono essere soddisfatte perché un neurone differenziato in piastra e trapiantato in un cervello adulto possa integrarsi nella circuiteria dell'ospite?
- Quali fattori possono favorire oppure inibire tale processo?
- Quali metodi sperimentali possono essere utilizzati per misurare l'integrazione dei neuroni da un punto di vista anatomico e/o funzionale?

PROBLEMA 6. In figura 6.1 è rappresentato un neurone piramidale corticale con 3 delle sue afferenze in rosso (input A, B, C).

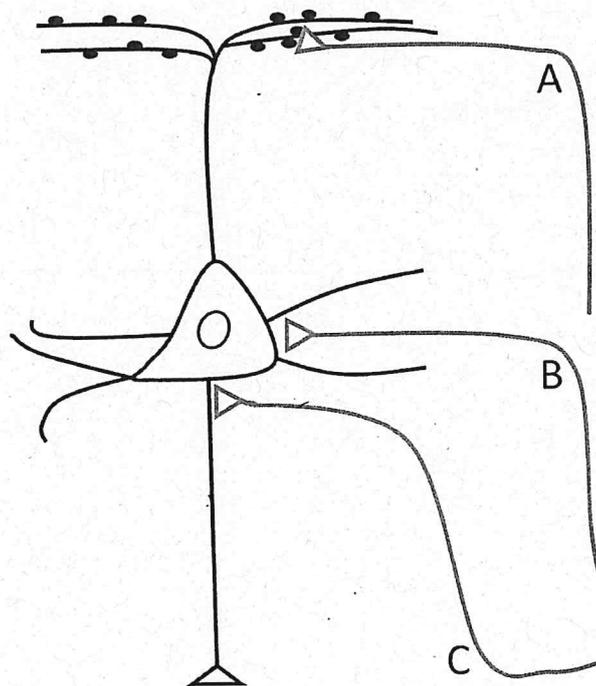


Figura Problema 6.1

- Indicare a quale categoria di sinapsi appartengono A, B e C.
- discutere la probabilità di avere un potenziale d'azione del neurone in seguito ad una singola stimolazione di A, di B o di C.
- Discutere la probabilità di avere un potenziale d'azione se A, B e C si attivano con ciascuno dei pattern temporali riportati in figura 6.2, tenendo conto anche della natura eccitatoria (blu) o inibitoria (verde) degli inputs.

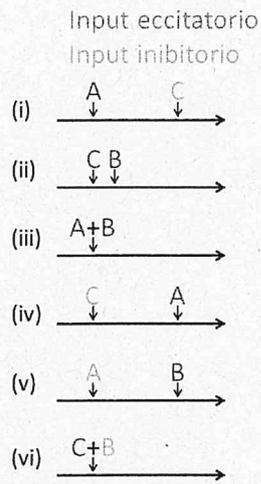


Figura Problema 6.2. Le frecce descrivono il tempo intercorrente fra i diversi inputs .

d. Quale combinazione di impulsi di A e B (considerandoli entrambi eccitatori) massimizza la probabilità di avere un potenziale d'azione?

Ammissione al IV anno - Corso Ordinario, Chimica. Anno Accademico 2022/23

Prova Scritta di Chimica Fisica

26/08/2022

Esercizio 1

Dissertazione: Descrivere i fondamenti chimico-fisici della spettroscopia di Fluorescenza, evidenziandone i tratti caratteristici rispetto ad altre tecniche spettroscopiche.

Esercizio 2

Si trovi un'espressione per l'energia libera standard di reazione di Gibbs a temperatura T' in funzione del suo valore a temperatura T e dei coefficienti a , b , e c in funzione di cui può essere espressa la capacità termica molare a pressione costante:

$$C_{p,m} = a + bT + \frac{c}{T^2}$$

Esercizio 3

L'Hamiltoniano di un oscillatore armonico può essere scritto nella seguente forma (imponendo $m = \hbar = \omega = 1$):

$$\hat{H} = \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}$$

dove

$$\hat{a} = \frac{\hat{x} + i\hat{p}}{\sqrt{2}}$$
$$\hat{a}^\dagger = \frac{\hat{x} - i\hat{p}}{\sqrt{2}}$$

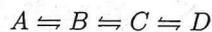
Data la seguente autofunzione non normalizzata:

$$\Psi_a = (2x^3 - 3x) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

Si trovino le due autofunzioni (non normalizzate) vicine in energia a Ψ_a .

Esercizio 4

Si ricavi un'equazione per la velocità di stato stazionario della seguenti reazioni:



dove $[A]$ è mantenuta costante, mentre il prodotto D è rimosso appena formato.

Esercizio 5

Si ricavi un'espressione per le variabili termodinamiche critiche, e per il fattore di comprimibilità critico, di un gas reale descritto con l'equazione di Berthelot:

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{TV^2}$$

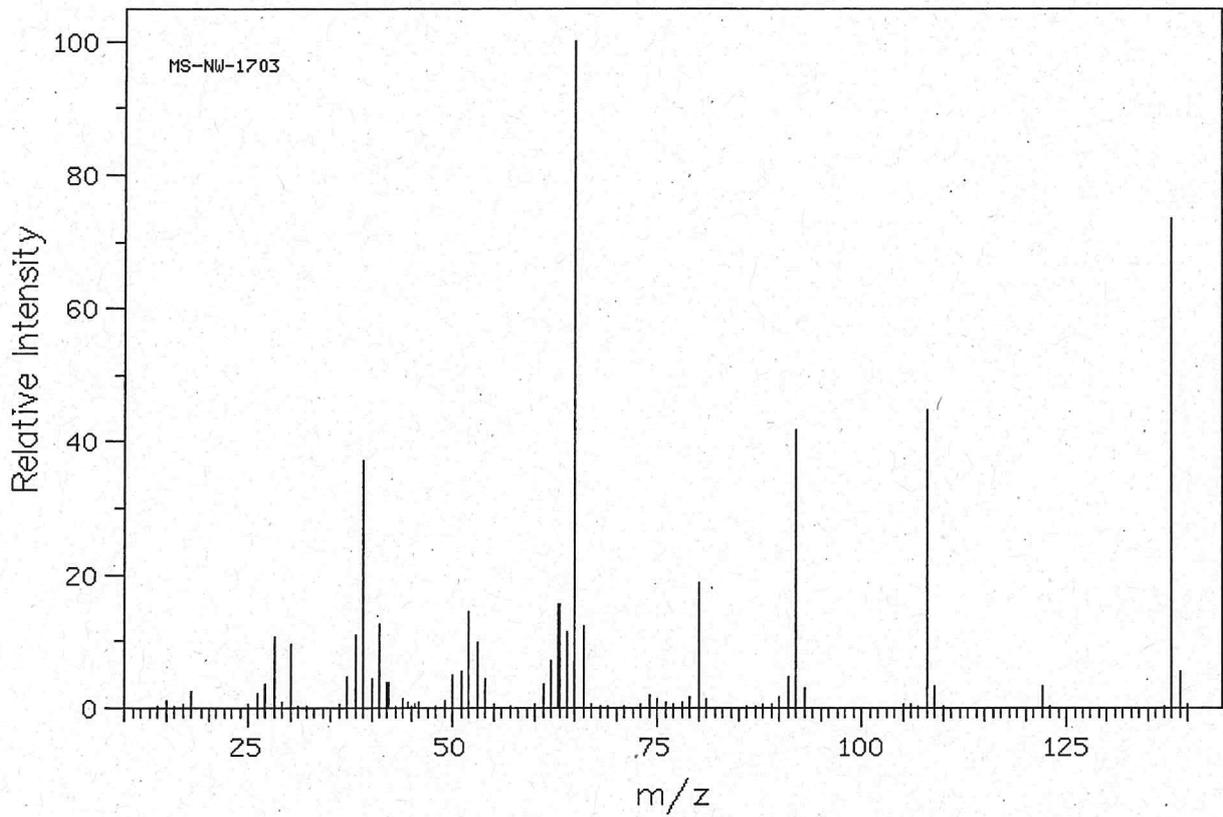
Si evidenzino le differenze con le eventuali variabili termodinamiche critiche ottenute nel caso di un gas reale descritto con l'equazione di Van der Waals.

Esercizio 6

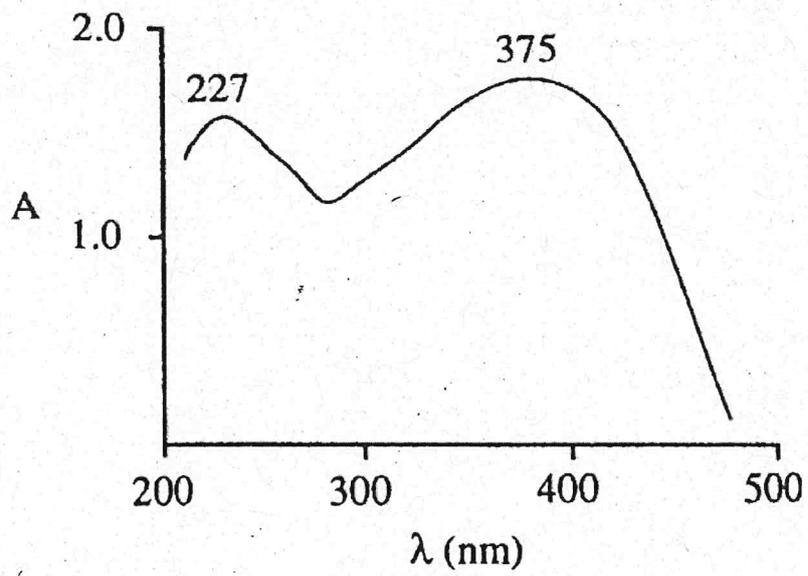
Si determini la struttura molecolare della molecola a cui appartengono gli spettri riportati nelle figure seguenti. In particolare, si discutano le assegnazioni sulla base delle informazioni chimico-fisiche fornite da ogni spettro. Si risponda inoltre alle seguenti domande:

- a. Tutti gli spettri sono necessari per assegnare in questo caso la struttura molecolare?
- b. Sarebbe possibile utilizzare tecniche spettroscopiche alternative? In caso, quali e perché?

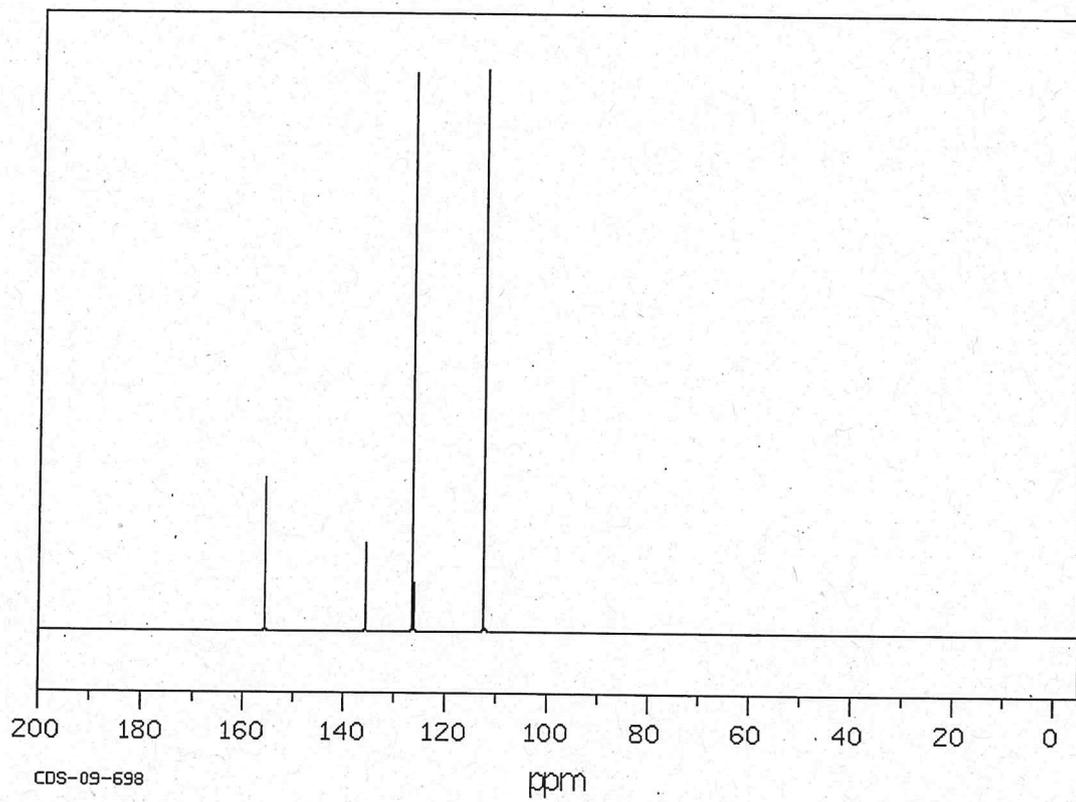
Spettro di Massa



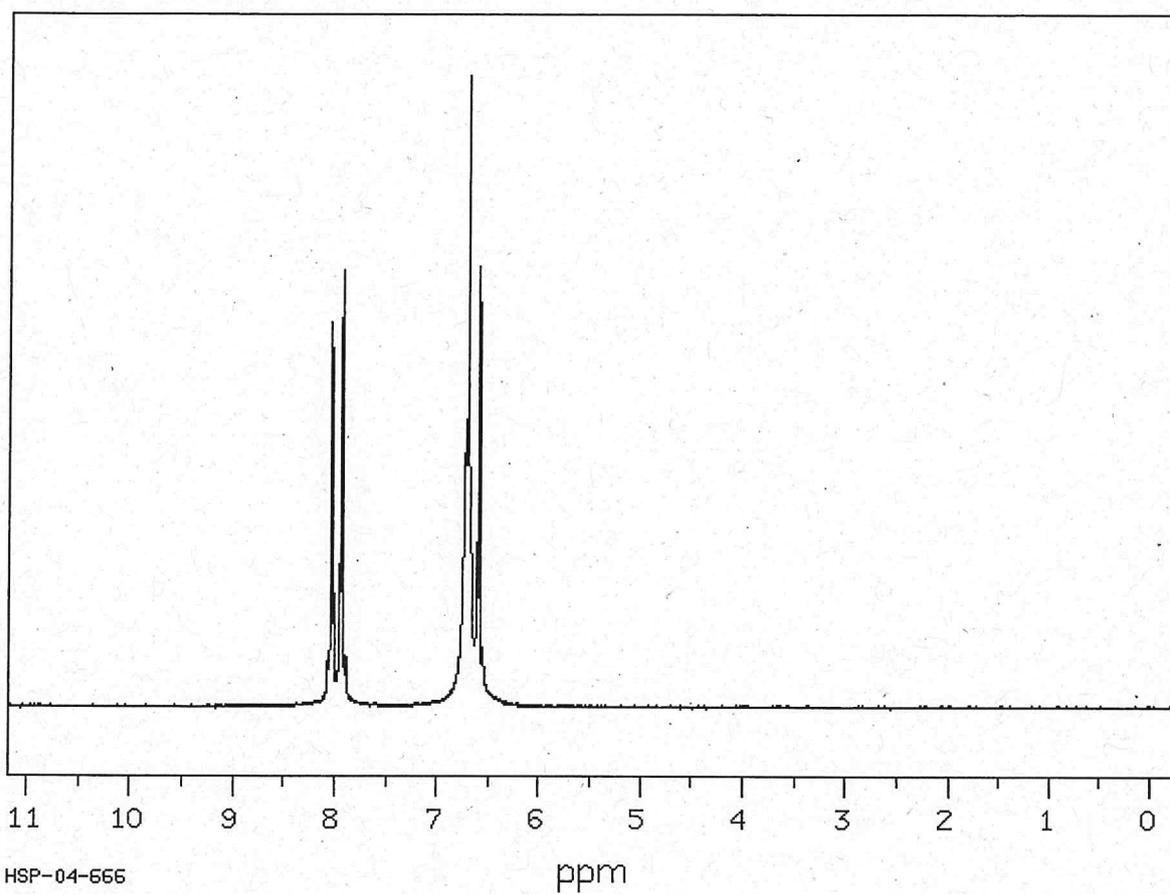
Spettro UV-Vis (in etanolo, 15.4 mg/L)



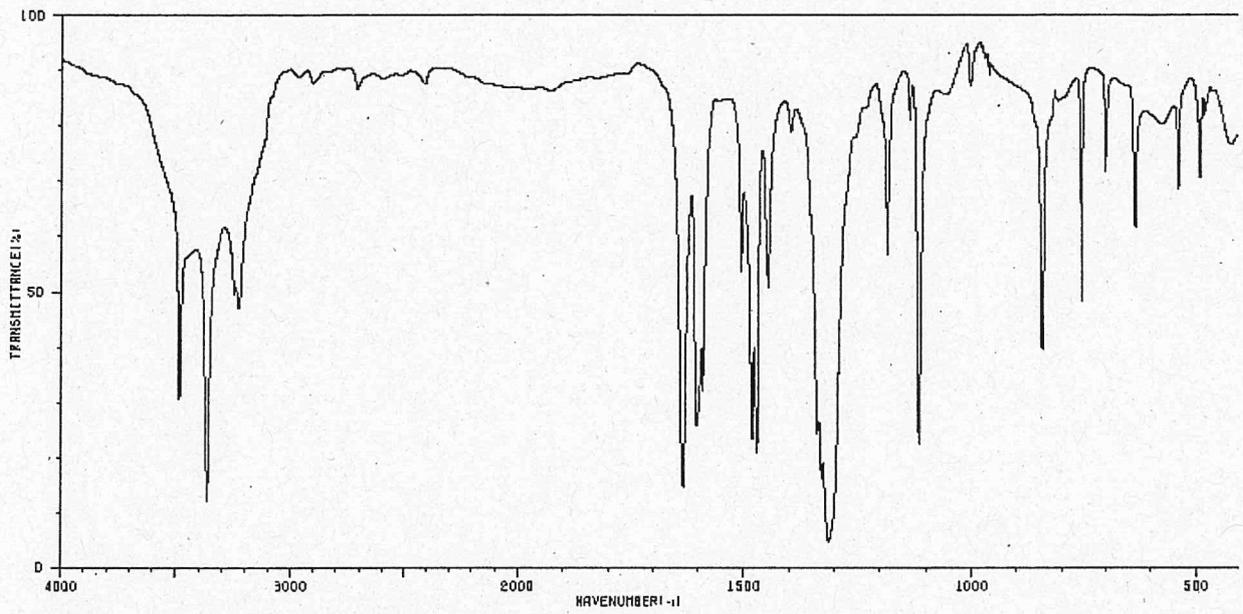
Spettro ^{13}C -NMR (50.18 MHz; 0.041 g : 0.5 mL DMSO-d6)



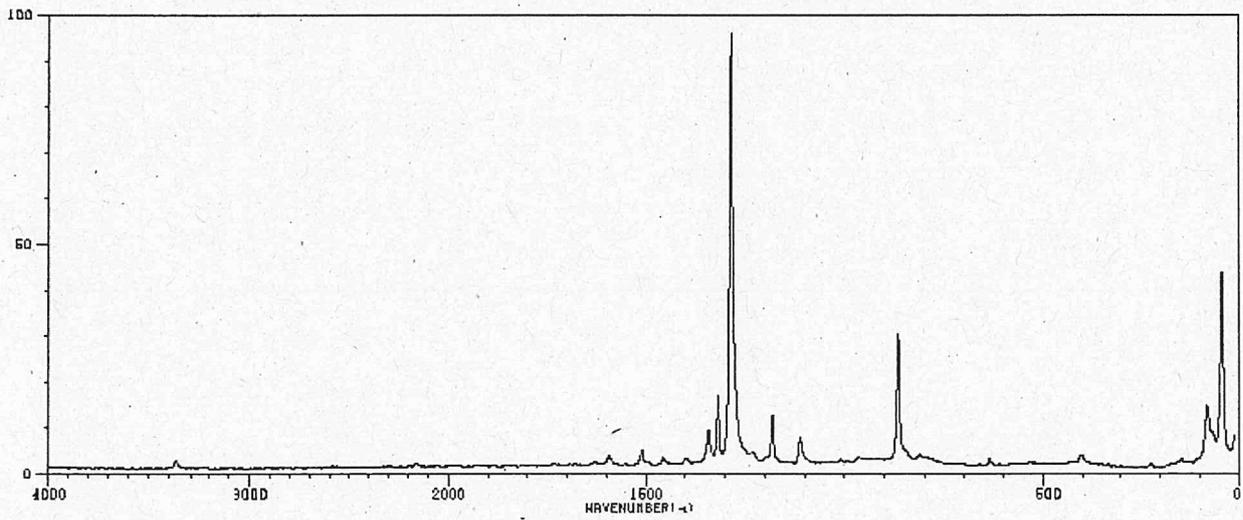
Spettro $^1\text{H-NMR}$ (89.56 MHz; 0.041 g : 0.5 mL CDCl_3)



Spettro IR (Disco KBr)



Spettro Raman (488 nm, 200 M, polvere)



SCUOLA NORMALE SUPERIORE
AMMISSIONE AL IV ANNO DEL CORSO ORDINARIO

PROVA DI LINGUAGGI E SEMANTICA
26 AGOSTO 2022

Problema 1. *Analizzatore per grammatiche libere da contesto*

Una grammatica libera da contesto viene utilizzata per descrivere la sintassi di un linguaggio di programmazione.

Una grammatica libera da contesto in forma normale di Chomsky è descritta da

- un insieme di simboli finali T (solitamente scritti in minuscolo),
- un insieme di simboli non finali N (di solito scritti in lettere maiuscole),
- il simbolo iniziale S (un simbolo non finale in N),
- un insieme di regole di riscrittura del tipo $A \rightarrow BC$ o $A \rightarrow a$, per $A, B, C \in N$ e $a \in T$.

Se $A \in N$, definiamo $L(A)$ come l'insieme di tutte le stringhe di simboli finali:

$$L(A) = \{bc : b \in L(B) \text{ e } c \in L(C) \text{ dove } A \rightarrow BC\} \cup \{a : A \rightarrow a\}.$$

Il linguaggio generato dalla grammatica è quindi definito come $L(S)$, ossia l'insieme di tutte le stringhe di simboli finali che possono essere formate da una catena di riscrittura a partire dal simbolo S .

Esempio: Si consideri la grammatica $T = \{a, b\}$, $N = \{S, A, B, R\}$, il simbolo iniziale S e le regole $S \rightarrow AR$, $S \rightarrow AB$, $A \rightarrow a$, $B \rightarrow b$, $R \rightarrow SB$. Possiamo vedere che la stringa $aabb$ si trova nel linguaggio generato dalla grammatica utilizzando la seguente catena di riscritture:

$$S \rightarrow AR \rightarrow aR \rightarrow aSB \rightarrow aSb \rightarrow aABb \rightarrow aBb \rightarrow aabb.$$

Infatti, si può dimostrare che il linguaggio generato dalla grammatica è l'insieme di tutte le stringhe composte da k simboli a seguiti da k simboli b , dove k è un intero positivo.

Si progetti ed analizzi un algoritmo efficiente che determini se una stringa appartiene al linguaggio generato da una data grammatica. L'input è una grammatica context-free in forma normale di Chomsky e una stringa di simboli finali. L'output è vero o falso a seconda che la stringa possa essere generata o meno dalla grammatica. Calcolate la complessità temporale dell'algoritmo in termini di numero di regole m della grammatica e di lunghezza n della stringa.

Problema 2. *Semantica della chiamata di procedura o funzione*

Descrivete formalmente la semantica della *call by need* e della *call by value* per la valutazione del passaggio dei parametri in un semplice linguaggio imperativo L e discutere le differenze con un esempio.

Scuola Normale Superiore, 29 August 2022

Admission to Materials and Nanotechnologies, General Chemistry written exam

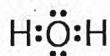
Exercise 1

For each of the following compounds:

a. CH_2O b. C_2H_6 c. $\text{Ni}(\text{Cl})_4^{2-}$ d. B_2H_6 e. $\text{Pt}(\text{Cl}_6)^{2-}$ f. $\text{C}(\text{NH}_2)^{3+}$ g. C_6F_6 h. N_2H_4

1. Define the molecular structure (Lewis structure).

Example: for a water molecule, the Lewis structure is the following:



2. Determine the molecular geometry according to VSEPR theory and the symmetry point group.

Example: for a water molecule, the VSEPR geometry is “angular shape derived from a tetrahedral shape”. The symmetry point group is the C_{2v} one.

3. Report the formal charge and the oxidation number of each atom.

4. State if they have a non-zero electric dipole moment.

5. State whether they are chiral.

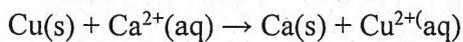
Exercise 2

Balance the following redox reactions occurring in aqueous solution (eventually, include species H^+ , OH^- and H_2O , if needed):

- $\text{MnI}_2 + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{MnO}_4^- + \text{IO}_4^- + \text{Cl}^-$
- $\text{Fe}(\text{OH})_2 + \text{CrO}_4^{2-} \rightarrow \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{Cr}(\text{OH})_4^-$
- $\text{N}_2\text{O}_4 + \text{Br}^- \rightarrow \text{NO}_2^- + \text{BrO}_3^-$

Exercise 3

Compute the Gibbs free energy change of the following reaction at room temperature, discuss whether it is exergonic or exothermic and if the reaction becomes more favorable at higher temperature.



0	-543	0	65	ΔH_f^0 (kJ/mol)
0.033	-0.053	0.041	-0,1	S^0 (kJ/mol·K)

Exercise 4

Evaluate the pH of

- 0.01M HF solution, considering that $K_a = 7.1 \times 10^{-4}$
- 0.25M acetic acid solution, considering that $pK_a = 4.7$

Exercise 5

Dissertation: Discuss the possible effect of temperature on a chemical reaction from both a thermodynamic and kinetic standpoint.

Scuola Normale Superiore

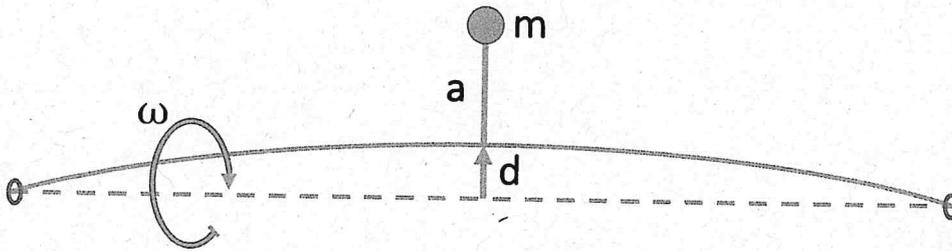
admission to the fourth year, Materials and Nanotechnology

test of Classical Physics, 08/30/2022

Problem 1. Two particles of mass m_1 and m_2 , respectively, both having charge q , move in the presence of their mutual interaction only. The initial conditions of the system are the following: the particle of mass m_1 is at rest in the point $(0, a > 0, 0)$, while that of mass m_2 , very far from the origin, is moving along the x axis with initial velocity $(v_0 > 0, 0, 0)$ approaching the origin.

Considering the two limiting cases: a) $m_1 \gg m_2$ and b) $m_1 = m_2$, evaluate the respective minimum distances to which the two charges approach during motion. Based on the previous results, what can you say for the limiting case c) $m_1 \ll m_2$?

Problem 2. Consider the system sketched in the figure, consisting of a long transmission shaft at the center of which is fixed a point-like mass m by means of a rod of length a . Both the mass of the rod and of the shaft are negligible compared to m . The shaft is elastic and if flexed so that its center is at a distance d from the rotation axis, the modulus of the corresponding restoring force is $k d$. An external motor keeps the shaft rotation speed ω constant.



As a function of ω , find the values of d , if any, such that the bending of the shaft remains constant over time. Under such conditions, discuss what happens immediately after d is slightly perturbed. Consider also the limits in which ω is very small or very large (but with respect to what?).

Problem 3. In the region of space $|x| < a$, devoid of charges and currents, the electric field is given by

$$\vec{E}(x, y, z, t) = E_0 \hat{y} \cos\left(\frac{\pi}{2a} x\right) \cos(qz - \omega t) ;$$

determine the corresponding magnetic field and the relationship that binds q and ω . In the region of space $|x| > a$, devoid of charges and currents, the fields are null; determine whether surface charges and/or surface currents are present on the $x = |a|$ planes and calculate them.

(turn over for more problems)

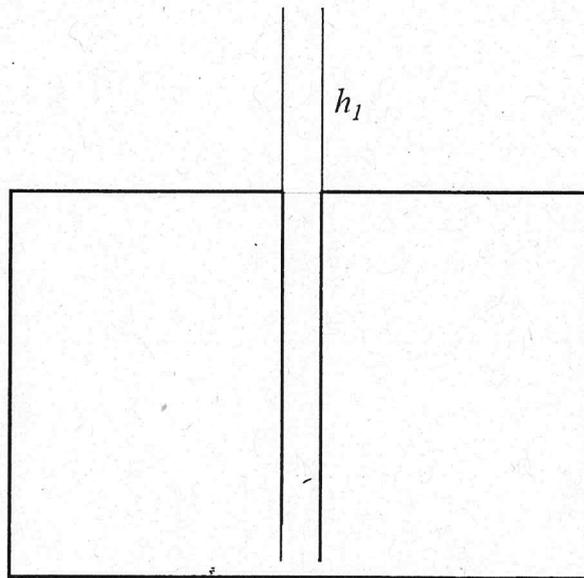
Problem 4. Consider a thermodynamic system whose energy E can be expressed in terms of the entropy S , the volume V and the number of particles N as follows

$$E = a N \left(\frac{N}{V} \right)^b e^{bS/(k_B N)} ,$$

where a and b are positive constants. Obtain expressions for the temperature T and the pressure P and the equation of state that binds them to N and V . Determine the relation between P and V in a reversible adiabatic transformation.

Problem 5. A cylindrical watertight container, of height H and section S , is initially completely filled with water. There is an open tube inserted through the top part, with internal section $s \ll S$, with its bottom almost reaching the bottom of the container and extending by a height h_1 outside the container (see the figure).

The height of the liquid inside the tube is initially at the same level of the internal top border of the container, there is the standard gravity field of acceleration g , and the system is at atmospheric pressure p_a .



A total heat per unit of time W is supplied to the water inside the container.

Assume to know everything needed regarding water and its vapor, like the latent heat of evaporation h_e or the relationships between temperature, pressure, and density of water and vapor at every phase transition.

Keeping implicit the non-obvious relationships among the ones mentioned above (but defining all the needed ones), and considering everything changing slowly, so that the system can be always considered at thermodynamic equilibrium and at the steady state, find an equation for:

1. the temperature at which the water starts exiting from the top of the tube.
2. the temperature and the flow of water at the steady state, when the liquid-vapor interface inside the container is at a distance h_2 from its top.